



ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ПРОФСОЮЗОВ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«АКАДЕМИЯ ТРУДА И СОЦИАЛЬНЫХ ОТНОШЕНИЙ»
КРАСНОЯРСКИЙ ФИЛИАЛ

директор Красноярского
филиала ОУП ВО «АТиСО»
_____ С.В.Гришаев
« 23 » апреля 2020 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

**Направление подготовки
38.03.01 Экономика**

**Направленность (профиль) подготовки
Финансы и кредит, Бухгалтерский учет, анализ и аудит, Экономика труда**

**Квалификация выпускника
«Бакалавр»**

Кафедра экономики труда и профсоюзного движения

Разработчик программы:

кандидат физико-математических наук, Лихарев А. Г.

Зав. кафедрой экономики труда и профсоюзного движения

 _____ /Е.Н. Сочнева/
«22» апреля 2020г

ОГЛАВЛЕНИЕ

1.	ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ, СООТНЕСЕННЫЕ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ.....	4
1.1	Планируемые результаты обучения по дисциплине.....	4
1.2	Результаты освоения образовательной программы:	4
2.	МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ.....	5
3.	ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ В ЗАЧЕТНЫХ ЕДИНИЦАХ С УКАЗАНИЕМ КОЛИЧЕСТВА АКАДЕМИЧЕСКИХ ЧАСОВ, ВЫДЕЛЕННЫХ НА КОНТАКТНУЮ РАБОТУ ОБУЧАЮЩИХСЯ С ПРЕПОДАВАТЕЛЕМ (ПО ВИДАМ ЗАНЯТИЙ) И НА САМОСТОЯТЕЛЬНУЮ РАБОТУ ОБУЧАЮЩИХСЯ	6
4.	СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ, СТРУКТУРИРОВАННОЕ ПО /РАЗДЕЛАМ ТЕМАМ С УКАЗАНИЕМ ОТВЕДЕННОГО НА НИХ КОЛИЧЕСТВА АКАДЕМИЧЕСКИХ ИЛИ АСТРОНОМИЧЕСКИХ ЧАСОВ И ВИДОВ УЧЕБНЫХ ЗАНЯТИЙ	6
4.1	Содержание дисциплины.....	6
4.2	Разделы/темы дисциплины, их трудоемкость и виды занятий.....	8
5.	ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ.	9
6.	ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ	22
7.	ОСНОВНАЯ И ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ УЧЕБНАЯ ЛИТЕРАТУРА, НЕОБХОДИМАЯ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ.....	22
8.	РЕСУРСЫ ИНФОРМАЦИОННО-ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ "ИНТЕРНЕТ", НЕОБХОДИМЫЕ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ	23
9.	МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ	24
10.	ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ, ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ ПРИ ОСУЩЕСТВЛЕНИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ , ВКЛЮЧАЯ ПЕРЕЧЕНЬ ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ И ИНФОРМАЦИОННЫХ СПРАВОЧНЫХ СИСТЕМ	51
11.	МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ БАЗА, НЕОБХОДИМАЯ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ	52
12.	ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ	52
	Приложение №1 к разделу № 6	
	ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ	54
6.1	Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы	54

6.2	Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания.....	54
6.3	Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы	58
	1. Типовые контрольные вопросы для подготовки к экзамену при проведении промежуточной аттестации по дисциплине	58
	2. Типовые практические задачи (задания, тесты) билетов для проведения промежуточной аттестации по дисциплине	60
	3. Тематика курсовых работ	64
6.4	Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.	64

1. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ, СООТНЕСЕННЫЕ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Целями изучения дисциплины являются:

- содействие становлению профессиональной компетенции бакалавра в области управления качеством через формирование знаний об основных понятиях и методах математического анализа, используемых в профессиональной деятельности;
- воспитание ответственного и творческого отношения к решению профессиональных задач с помощью математического аппарата.

Задачи дисциплины:

формирование представления об основных понятиях математического анализа, интегрального исчисления, дифференциальных уравнений и рядов, применяемых в профессиональной деятельности;

формирование навыков самостоятельного применения методов математического анализа для решения задач профессиональной деятельности;

подготовка к применению полученных знаний и навыков в других дисциплинах, использующих методы математического анализа.

В ходе освоения дисциплины обучающиеся изучают, анализируют, приобретают навыки управления следующими объектами профессиональной деятельности: поведение хозяйствующих агентов, их затраты и результаты, функционирующие рынки, финансовые и информационные потоки, производственные процессы.

1.1 Планируемые результаты обучения по дисциплине.

Освоение дисциплины направлено на формирование у студентов следующих компетенций:

Общепрофессиональных:

ОПК-3 – способностью выбирать инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, проанализировать результаты расчетов и обосновать полученные выводы;

1.2 Результаты освоения образовательной программы:

В результате изучения дисциплины студент должен:

ОПК-3 – способность выбирать инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, проанализировать результаты расчетов и обосновать полученные выводы.

В результате освоения компетенции ОПК-3 студент должен:

Знать: основные понятия и определения математического анализа, необходимые для решения экономических задач; инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей.

Уметь: осуществлять выбор инструментальных средств для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, анализировать результаты расчетов и обосновывать полученные выводы, применять методы математического моделирования для решения экономических задач.

Владеть навыками применения современного математического инструментария для решения экономических задач; методикой построения, анализа и применения математических моделей и прогноза развития экономических явлений и процессов.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина «Математический анализ» относится к блоку Б1 базовых дисциплин учебного плана ОПОП ВО по направлению 38.03.01 Экономика, профили подготовки «Финансы и кредит», «Бухгалтерский учет, анализ и аудит», «Экономика труда».

Список дисциплин, знание которых необходимо для изучения курса данной дисциплины.

Для успешного освоения дисциплины студент должен иметь базовую подготовку дисциплинам школьного курса математики.

Список дисциплин, для изучения которых необходимы знания данного курса.

Линейная алгебра, Теория вероятностей и математическая статистика, Методы оптимальных решений, Микроэкономика, Макроэкономика, Эконометрика, Бухгалтерский учет и анализ, Информатика, Финансовая математика.

3. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ В ЗАЧЕТНЫХ ЕДИНИЦАХ С УКАЗАНИЕМ КОЛИЧЕСТВА АКАДЕМИЧЕСКИХ ЧАСОВ, ВЫДЕЛЕННЫХ НА КОНТАКТНУЮ РАБОТУ ОБУЧАЮЩИХСЯ С ПРЕПОДАВАТЕЛЕМ (ПО ВИДАМ ЗАНЯТИЙ) И НА САМОСТОЯТЕЛЬНУЮ РАБОТУ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Объем дисциплины	Всего часов	
	Для очной формы обучения	Для заочной формы обучения
Общая трудоемкость дисциплины (зачетных един/часов)	8/288	6/216
Аудиторная работа (всего)	108	32
в том числе:		
Лекции	52	12
Семинары, практические занятия	56	20
Самостоятельная работа обучающегося (всего)	108	166
Вид промежуточной аттестации (экзамен)	Экзамен в 1 и 2 семестрах	Экзамен в 1 и 2 семестрах

4. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ, СТРУКТУРИРОВАННОЕ ПО /РАЗДЕЛАМ ТЕМАМ С УКАЗАНИЕМ ОТВЕДЕННОГО НА НИХ КОЛИЧЕСТВА АКАДЕМИЧЕСКИХ ИЛИ АСТРОНОМИЧЕСКИХ ЧАСОВ И ВИДОВ УЧЕБНЫХ ЗАНЯТИЙ

4.1 Содержание дисциплины

1 семестр

Раздел I.

Введение в анализ

Тема 1. Функции. Функции в экономике.

Понятие множества. Абсолютная величина действительного числа. Окрестность точки. Понятие функции. Способы задания функции. Классификация функций. Применение функций в экономике. Функции спроса и предложения. Функция полезности. Кривые безразличия.

Тема 2. Предел функции и непрерывность функции.

Предел функции в точке и на бесконечности. Бесконечно малые и бесконечно большие величины. Основные свойства пределов. Неопределенность. Замечательные пределы. Задача о непрерывном начислении процентов. Непрерывность функции. Классификация точек разрыва. Асимптоты графика функции.

Раздел II.

Дифференциальное исчисление функций одной переменной

Тема 3. Производная и дифференциал

Понятие производной. Геометрический и механический смысл производной. Дифференциал функции. Правила и формулы дифференцирования. Производные и дифференциалы высших порядков.

Тема 4. Приложения производной.

Уравнение касательной и нормали. Правило Лопиталя. Приложения первой и второй производных к исследованию графика функции.

Тема 5. Производные в экономике.

Приростный и темповый подходы. Абсолютная и относительная чувствительность экономического показателя. Предельные значения экономических показателей. Эластичность. Экстремумы функций в экономике.

2 семестр

Раздел III.

Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных (ФНП)

Тема 6. Функции нескольких переменных

Определение ФНП. График функции двух переменных. Линии уровня. Предел и непрерывность.

Тема 7. Частные производные и их приложения.

Частные производные. Дифференциал функции. Производная по направлению. Градиент. Дифференцирование сложной функции. Экстремум функции нескольких переменных. Наибольшее и наименьшее значение функции. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа. Метод наименьших квадратов.

Тема 8. Применение частных производных в экономике.

Функции нескольких переменных в экономической теории. Линии уровня и их экономический смысл. Предельные значения экономических показателей. Эластичность. Экстремумы функций в экономике.

Раздел IV.

Интегральное исчисление функций одной переменной

Тема 9. Неопределенный интеграл.

Первообразная и неопределенный интеграл, их свойства. Основные методы интегрирования. Интегрирование классов функций.

Тема 10. Определенный интеграл.

Экономические и геометрические задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница. Свойства определенного интеграла. Методы интегрирования в определенном интеграле. Несобственные интегралы. Вычисление площадей при помощи определенных интегралов.

Тема 11. Применение интегрального исчисления в экономике

Нахождение функций по известным предельным величинам. Нахождение функций потребления и сбережения. Нахождение средних величин экономических показателей. Нахождение максимальных значений функции по предельным величинам.

4.2 Разделы/темы дисциплины, их трудоемкость и виды занятий

Таблица 1

№ п/п	Название раздела, темы	Форма обучения										Компетенции
		Очная					Заочная					
		Всего	Аудиторные занятия			Самостоятельная работа	Всего	Аудиторные занятия			Самостоятельная работа	
			Лекции	Семинарские занятия	в инновационной форме			Лекции	Семинарские занятия	в инновационной форме		
1	2	3	4	5	6	7	13	14	15	16	17	18
1 семестр												
Раздел 1. Введение в анализ		44	10	10	4	24	55	4	4	2	47	
1.1 Функции. Функции в экономике		18	4	4	2	10	24	2	2		20	ОПК-3
1.2 Предел функции и непрерывность функции.		26	6	6	2	14	31	2	2	2	27	ОПК-3
Раздел 2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной		64	16	18	6	30	80	2	6	2	72	
Производная и дифференциал		22	6	6	2	10	28	2	2	2	24	ОПК-3
Приложения производной		22	6	6	2	10	26		2		24	ОПК-3
Производные в экономике		20	4	6	2	10	26		2	2	24	ОПК-3
Экзамен за 1 семестр		36					9					
Всего часов за 1 семестр		144	26	28	10	54	144	6	10	4	119	
2 семестр												
Раздел 3. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных (ФНП)		44	10	10	4	24	55	4	4	2	47	
Функции нескольких переменных.		14	4	2		8	17	2			15	ОПК-3
Частные производные и их приложения. Экстремум ФНП.		16	4	4	2	8	21	2	2		17	ОПК-3
Применение частных производных в экономике		14	2	4	2	8	17		2	2	15	ОПК-3
Раздел 4. Интегральное исчисление функций одной переменной		64	16	18	6	30	80	2	6	2	72	
Неопределенный интеграл		26	8	8	2	10	34	2	2		30	ОПК-3

Определенный интеграл	22	6	6	2	10	28		2		26	ОПК-3
Применение интегрального исчисления в экономике	16	2	4	2	10	18		2	2	16	ОПК-3
Экзамен за 2 семестр	36					9					
Всего часов за 2 семестр	144	26	28	10	54	144	6	10	4	119	
Контрольная работа						1с 2с					
Всего часов	288	52	56	20	108	216	12	20	8	166	
Зачетные единицы	8					8					

5. ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

1 семестр

Раздел I.

Введение в анализ

Тема 1. Функции. Функции в экономике.

Список литературы по теме.

Л 1.1, Л 1.4, Л 2. 2, Л 2.5, Л 2.7, Л 2.12, Л 2.13

Вопросы для самопроверки:

1. Что называется функцией, областью определения функции, множеством ее значений?
2. Какие способы задания функции вы знаете?
3. Какой вид имеет область определения четной (нечетной) функции?
4. Какая функция называется четной (нечетной)? Каковы особенности их графиков? Приведите примеры.
5. Какая функция называется возрастающей (убывающей)? Приведите примеры.
6. Примеры функций в экономике.

Задания для самостоятельной работы:

1. Дана функция: $f(x) = (x-2)^2 + 3x - \frac{1}{x-1}$. Найти значения: $f(0)$, $f(2)$, $f(-2)$, $f(3)$.
2. Дана функция: $f(x) = \begin{cases} \sin x & \text{при } -1 < x < 0, \\ 1+x^2 & \text{при } 0 \leq x < 2. \end{cases}$
Найти значения: $f(1)$, $f(-\frac{\pi}{4})$, $f(\frac{\pi}{2})$, $f(0)$.
3. Найти область определения функции:

$$a) f(x) = \frac{2x+1}{x^2-3x+2};$$

$$b) g(x) = 1+x+\sqrt{x^2-9};$$

4. Установить, какие из заданных функций являются четными, нечетными или не обладают этими свойствами:

$$a) y = x^2 + 5x^4;$$

$$b) y = x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{7};$$

$$c) y = \sin x + \cos x;$$

$$d) y = \frac{1}{3}(2^x + 2^{-x});$$

$$e) y = x \cdot |x|.$$

5. Заданы функции спроса $D = D(p)$ и предложения $S = S(p)$ на товар в зависимости от цены p . Требуется:

- 1) найти область определения и множество значений функций;
- 2) найти объем предложения и объем спроса товара по цене p_1 ; определить, что будет - избыточное предложение или избыточный спрос; вычислить выручку продавцов $U(p_1)$;
- 3) найти равновесную цену p_0 , равновесный объем продаж q_0 и выручку продавцов $U(p_0)$;
- 4) построить графики функций $D = D(p)$ и $S = S(p)$ в одной системе координат, указать значение p_0 .

$$D = 1000 - 10p, \quad S = 100 + 10p, \quad p_1 = 20$$

Тема 2. Предел функции и непрерывность функции.

Список литературы по теме.

Л 1.1, Л 1.3, Л 2. 1, Л 2.2, Л 2.3, Л 2.9, Л 2.10

Вопросы для самопроверки:

1. Что называется пределом функции в точке? Что называется пределом функции слева (справа) в точке? Как связаны предел функции и односторонние пределы функции в одной и той же точке?
2. Что называется пределом функции на бесконечности?
3. Каковы основные свойства пределов? Справедливы ли они для всех видов пределов?
4. Каковы свойства бесконечно малых функций?
5. Какая функция называется бесконечно большой при $x \rightarrow x_0$? Привести примеры. Может ли одна и та же функция быть бесконечно малой и бесконечно большой при разных условиях?
6. Как раскрывают неопределенности вида $\left(\frac{\infty}{\infty}\right)$ и $\left(\frac{0}{0}\right)$ при вычислении

пределов $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{P_n(x)}{Q_m(x)}$? Привести примеры.

7. Какой предел называется первым замечательным? Приведите пример его применения. Эквивалентные бесконечно малые.
8. Какой предел называется вторым замечательным? Приведите пример его применения.
9. Какая функция называется непрерывной в точке? Какая функция называется непрерывной справа (слева) в точке? Почему из непрерывности функции слева и справа в точке следует ее обычная непрерывность, в то время как из существования односторонних пределов функции в точке не следует существование обычного предела?
10. Какая функция называется непрерывной на промежутке (отрезке)?
11. Какая точка называется точкой разрыва функции? Какие виды точек разрыва вам известны? Приведите примеры.
12. Что вы можете сказать о непрерывности элементарных функций? Как исследуется на непрерывность функция, заданная одним аналитическим выражением?
13. Как исследуется на непрерывность функция, заданная несколькими аналитическими выражениями?

Задания для самостоятельной работы:

1. Найти пределы функций в указанных точках:

а) $\lim_{x \rightarrow 1} (x^3 - 3x^2 + 4x + 5)$; б) $\lim_{x \rightarrow 2} (x^4 - 4x^2 + 5x - 7)$;

в) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 2x^2 - 6x + 3}{x + 4}$; г) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 2x^2 - x + 2}{x^2 - 4x + 8}$;

д) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2 - 8x}{5x^2 + 3x}$; е) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^3 - 2x^2 - x + 2}$;

ж) $\lim_{x \rightarrow 16} \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} - 4}$; з) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{\sqrt{14 + x} - 4}$.

2. Найти предел функций на бесконечности:

а) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^2 + 3x - 4}{x^3 + 8}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x + 3}{5x^4 - x}$;

в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 + 3x^2 - 5}{7x^2 + 2x + 1}$; г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^5 + 4x^3 + 3x}{2x^3 + 4x^2 - 5}$;

д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 3x - 6}{4x^2 + 8x + 5}$; е) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 + 2x^2 + 3x + 2}{2x^3 - 7x + 4}$;

4. Найти в точке $x = 0$ односторонние пределы функции

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{при } x < 0, \\ 0 & \text{при } x = 0, \\ x-1 & \text{при } x > 0. \end{cases}$$

6. Вычислить следующие пределы:

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\sin 7x}; \text{ б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 3x}{x^2}; \text{ в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x^3}; \text{ г) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sin(x-3)}{27-x^3}.$$

8. Найти интервалы непрерывности функций, точки разрыва, определить характер разрыва, построить схематично график функции вблизи точек разрыва:

$$\text{а) } f(x) = \frac{x}{x^2 - 25}; \text{ б) } f(x) = \frac{3x + 7}{x^2 - 3x + 2}.$$

5. Исследовать функции на непрерывность:

$$\text{а) } f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{при } x \geq 1, \\ 1 & \text{при } x < 1 \end{cases}; \text{ б) } f(x) = \begin{cases} -2x + 3 & \text{при } x < 1, \\ 3x + 2 & \text{при } x \geq 1 \end{cases};$$

Раздел II.

Дифференциальное исчисление функций одной переменной

Тема 3. Производная и дифференциал

Список литературы по теме.

Л 1.1, Л 1.3, Л 2. 1, Л 2.2, Л 2.3, Л 2.9, Л 2.10

Вопросы для самопроверки:

1. Сформулируйте определение производной.
2. Сформулируйте основные правила нахождения производных, запишите их математически.
3. Сформулируйте правило нахождения производной сложной функции. Приведите пример.
4. Дайте определение дифференциала функции $y = f(x)$.

Задания для самостоятельной работы:

1. Найти производные следующих функций:

$$1) y = x + 3x^2 - \frac{x^3}{3};$$

$$2) y = (\sqrt{x} - \sqrt{a})^2;$$

$$3) y = 3\sqrt[3]{x} - 2\sqrt{x^3} + 4;$$

$$4) y = \frac{x^2 - 3}{x^2 + 3};$$

$$5) y = -3 \operatorname{cost} \operatorname{ctg} t;$$

$$6) f(\varphi) = \frac{\sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}}, \text{ вычислить } f'(\varphi);$$

$$7) r(\varphi) = \varphi \sin \varphi + \cos \varphi, \text{ вычислить } r'(\varphi);$$

$$8) z = (\varphi^2 - 2y) \operatorname{tg} y, \text{ вычислить } z'(\varphi);$$

$$9) y = (ax - x^2)^k;$$

$$10) y = \sin(ax - 1);$$

$$11) y = \sqrt{x + \sqrt{x}};$$

$$12) u = \sin at \cos \frac{t}{a};$$

$$13) y = \cos \frac{x}{a} + \cos \frac{a}{x}, \text{ вычислить } y'(\varphi);$$

$$14) z = \sqrt[4]{1 + \cos x^4}, \text{ вычислить } z' \left(\sqrt[4]{\frac{\pi}{2}} \right);$$

2. Найти дифференциалы функций:

1) $y = 2^{\cos x}$.

2) $y = \ln^3 \sin x$.

3) $y = \sqrt[3]{x^5 - 1}$.

4) $s \llbracket \rceil = \frac{\sqrt{t}}{t-1}$.

Тема 4. Приложения производной.*Список литературы по теме.*

Л 1.1, Л 1.3, Л 2. 1, Л 2.2, Л 2.3, Л 2.9, Л 2.10

Вопросы для самопроверки:

1. Что называется максимумом и минимумом функции?
2. Что называется экстремумом функции одной переменной?
3. Сформулируйте определения выпуклости и вогнутости линии, точки перегиба.
4. Опишите действия для нахождения наименьшего и наибольшего значения функции в замкнутой ограниченной области.
5. Геометрический смысл производной.
6. Правило Лопиталья.

Задания для самостоятельной работы:

1. Найти уравнения касательных и нормалей к данным кривым в указанных точках и построить кривые, касательные и нормали.

1) К параболы $y = 4 - x^2$ в точке, где $x = -1$.2) К гиперболы $y^2 - 2x^2 = 1$ в точках, где $x = 2$.

2. Найти пределы, используя правило Лопиталья:

1) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\operatorname{tg} x}{\operatorname{tg} 7x}$.

2) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x}{\ln x}$.

3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos x - \sin x}{x^3}$.

4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 8x}{\operatorname{tg}^2 2x}$.

5) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \operatorname{arctg} x}{x^3}$.

6) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(x \sin x \frac{5}{x} \right)$.

7) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\sin 2x}$.

3. Исследовать функцию $y = \frac{1-x^3}{x^2}$ и построить график.**Тема 5. Производные в экономике.***Список литературы по теме.*

Л 1.1, Л 1.4, Л 2. 2, Л 2.4, Л 2.7, Л 2.12, Л 2.13, Л 2.16

Вопросы для самопроверки:

1. Приведите примеры экономических функций одной переменной и укажите их свойства.
2. Функции спроса и предложения, равновесная цена p_0 .

3. Функции одной переменной дохода, издержек (затрат) и прибыли, связь между ними.
4. Производственная функция, ее переменная и экономический смысл.
5. Дайте определение эластичности функции. Приведите формулы для вычисления эластичности функции одной переменной $y = f(x)$ Укажите экономический смысл эластичности.
6. Какой экономический смысл предельных величин в экономике?
7. Как найти предельные издержки производства, предельный спрос, предельное предложение, предельную производительность?

Задания для самостоятельной работы:

1. Поступления от реализации производственной продукции x выражаются функцией $f(x) = 9x - x^2$, а затраты, связанные с производством продукции в количестве x , записываются функцией $C = -6x^2 + 13x - 18$. Определите оптимальный объем производства, обеспечивающий максимум прибыли.
2. Найти эластичность $E = \frac{P}{D(p)} \cdot D'(p)$ функции спроса $D = 300 - 5p$ по цене и эластичность $E = \frac{P}{S(p)} \cdot S'(p)$ функции предложения $S = 60 + 5p$ по цене при $p_1 = 20$. Определить, на сколько процентов изменятся спрос и предложение, если цена увеличится на 5%..
3. Затраты, связанные с производством продукции, определяются функцией $Y = -480x + 8x^2 + 12000$. Определите объем производства, обеспечивающий минимальные затраты. Дайте экономическое истолкование результату.
4. Объем x выпущенной продукции и выручка $U(x)$, полученная от реализации, заданы функцией $U = 10x + \frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{15}x^3$. Найдите, при каком объеме продукции выручка минимальна. Вычислите предельную выручку.
5. Цена на товар составляет 250 руб., издержки производства этого товара равны $120x + x^2$, где x - число единиц произведенного товара. Найти, при каком количестве товара функция прибыли принимает максимальное значение.

2 семестр

Раздел III.

Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных (ФНП)

Тема 6. Функции нескольких переменных

Список литературы по теме.

Л 1.1, Л 1.3, Л 1.2, Л 2. 1, Л 2.2, Л 2.3, Л 2.6, Л 2.10, Л 2.15

Вопросы для самопроверки:

1. Дайте определение ФНП, функции двух переменных
2. Как найти область определения ФНП, функции двух переменных
3. Что называется линией уровня функции двух переменных? Как ее найти?
Как можно использовать линии уровня для изучения графика функции двух переменных

Задания для самостоятельной работы:

1. Найти области определения функций:

$$\text{а) } z = \sqrt{2x - y^2}; \quad \text{б) } z = \ln \frac{x-1}{y+2}; \quad \text{в) } z = \arccos(x^3 - y + 1).$$

2. Задана функция $z = 6 - 2x - 3y$. Требуется

- а) определить вид линий уровня функции;
- б) построить какие-либо две линии этого семейства;
- в) записать уравнение и построить линию уровня, проходящую через точку $M(1, 2)$;
- г) построить график данной функции.

3. Найти пределы функций:

$$\text{а) } \lim_{\substack{x \rightarrow -2 \\ y \rightarrow 1}} (x^2 + 3y - 1); \quad \text{б) } \lim_{M \rightarrow (2, 2)} \frac{2 - \sqrt{4 - 2x + y^2}}{3y^2 - 6x};$$

$$\text{в) } \lim_{\substack{x \rightarrow 3 \\ y \rightarrow 0}} \frac{\sin 4xy}{2y}; \quad \text{г) } \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{4x + y}{y - x}.$$

4. Указать точки разрыва функции.

$$\text{а) } z = \frac{2}{x^2 + y^2}; \quad \text{б) } z = \ln(4x^2 + y^2 - 4)^2; \quad \text{в) } u = \frac{1}{x^2 + y^2 - z^2 - 1}.$$

Тема 7. Частные производные и их приложения.

Список литературы по теме.

Л 1.1, Л 1.3, Л 1.2, Л 2. 1, Л 2.2, Л 2.3, Л 2.6, Л 2.10, Л 2.15

Вопросы для самопроверки:

1. Сформулируйте правило нахождения частных производных?
2. Дайте определение частных производных второго порядка, третьего, n -го порядка функции $f(x, y)$.
3. Запишите формулу для нахождения дифференциала второго порядка функции $f(x, y)$.
4. Сформулируйте необходимые условия экстремума функции: а) двух переменных; б) трех переменных.
5. Сформулируйте достаточное условие экстремума функции двух переменных.
6. Опишите правило нахождения экстремума функции двух переменных.
7. Изложите метод нахождения условного экстремума функции двух переменных методом подстановки.

8. Опишите действия для нахождения наименьшего и наибольшего значения функции $z = f(x, y)$ в замкнутой ограниченной области.

Задания для самостоятельной работы:

1. Задано скалярное поле $z = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$ и точка $M_0(1,1)$. Требуется:

- а) найти градиент и производную по направлению вектора $\bar{a} = 2\bar{i} - 3\bar{j}$ в точке $M_0(1,1)$;
 б) найти наибольшую скорость роста поля при переходе через точку M_0 .

2. Найти экстремум функции $z = x^3 + y^3 - 3xy$.

3. Найти экстремум функции $z = x^2 + y^2 + xy - y + 1$ при условии $x - y + 2 = 0$.

4. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ в области, ограниченной линиями $x = 0$, $y = 0$, $2x + y - 8 = 0$.

5. Найти графически наибольшее и наименьшее значения функции $z = y - \frac{x^2}{4}$ в области Q , ограниченной линиями $x + y = 2$, $x - y = 2$, $y = 3$.

Тема 8. Применение частных производных в экономике.

Список литературы по теме.

Л 1.1, Л 1.4, Л 2. 2, Л 2.4, Л 2.7, Л 2.12, Л 2.13, Л 2.16

Вопросы для самопроверки:

1. Производственная функция, ее переменные и экономический смысл.
2. Сформулируйте определение изоквант функции и укажите их свойства.
3. Каким свойством обладают точки на линии уровня: 1) функции прибыли; 2) функции издержек; 3) производственной функции?
4. Экономическое содержание производных и частных производных в экономике.
5. Дайте определение эластичности функции. Приведите формулы для вычисления эластичности функции одной переменной $y = f(x)$ и двух переменных $z = f(x, y)$. Укажите экономический смысл эластичности.
6. Какой экономический смысл предельных величин в экономике?
7. Как найти предельные издержки производства, предельный спрос, предельное предложение, предельную производительность?
8. Экономическая постановка задачи нахождения наибольшей прибыли при ограничениях на затраты, ее математическая модель.

Задания для самостоятельной работы:

1. Затраты фирмы по выпуску x изделий первого вида составляют $4x + x^2$ ден. ед., а по выпуску y изделий второго вида $8y + y^2$ ден. ед.
 - 1) Составьте функцию $f(x, y)$ общих затрат на производство всех изделий и вычислите затраты фирмы по выпуску двух изделий первого вида и одного изделия второго вида.
 - 2) Определите вид линий уровня и постройте одну из них при $C = 5$.
 - 3) Вычислите эластичности затрат по каждому виду изделий, если $x = 2$, $y = 1$, и дайте им экономическое истолкование.

2. Производственная деятельность фирмы описывается функцией Кобба-Дугласа $Q = K^{1/2}L^{1/2}$, где Q - величина выпуска продукции, K - число единиц оборудования (капитал) и L - численность работающих (труд).
 - 1) Составьте функцию издержек фирмы, если стоимость ед. фактора K равна 4 ден. ед., а стоимость ед. фактора L равна 1 ден. ед.
 - 2) Решите задачу определения максимального выпуска продукции, который может обеспечить фирма, полностью истратив все средства $C = 100$ ден. ед.

3. Предприятие работает по первой технологии x часов и по второй y часов, выпуская за час работы по каждой технологии продукцию стоимостью 3 ден. ед. и 4 ден. ед. Производственные расходы за 1 час работы составляют 1 ден. ед. и 2 ден. ед.
 - 1) Составьте функции дохода, общих расходов, прибыли и вычислите прибыль фирмы за время работы по первой технологии 2 часа, а по второй 1 час.
 - 2) Определите вид линий уровня функции прибыли и постройте их.
 - 3) Вычислите эластичности функции прибыли по каждой технологии за время работы по первой технологии 2 часа, а по второй 1 час и дайте им экономическое истолкование.

4. Дана производственная функция фирмы $f(x, y) = 2x + 3y$, где x , y - объемы используемых ресурсов. Известны рыночные цены продукции и ресурсов: $p_0 = 3$, $p_1 = 1$, $p_2 = 2$.
 - 1) Составьте функции дохода $R(x, y)$, издержек $C(x, y)$ и прибыли $PR(x, y)$ и вычислите прибыль фирмы при использовании 2 ед. первого ресурса и 3 ед. второго ресурса.
 - 2) Определите вид линий уровня функции прибыли и постройте ее при $x = 2$, $y = 3$.
 - 3) Вычислите эластичности прибыли по каждому виду ресурсов при $x = 2$, $y = 3$ и дайте им экономическое истолкование.

5. В швейном цехе имеет 84 метра ткани. На пошив одного халата требуется 4 метра ткани, а на одну куртку – 3 метра. Сколько следует изготовить халатов и курток для получения наибольшей прибыли от реализации продукции, если халат дает прибыль 16 рублей, а куртка – 13 рублей. Известно, что халатов можно изготовить не более 15, а курток – не более 18 штук.

Раздел IV.

Интегральное исчисление функций одной переменной

Тема 9. Неопределенный интеграл.

Список литературы по теме.

Л 1.1, Л 1.3, Л 2. 1, Л 2.2, Л 2.3, Л 2.9, Л 2.10, Л 2.15

Вопросы для самопроверки:

1. Дайте определение первообразной функции.
2. Дайте определение неопределенного интеграла. Как называются функция $f(x)$, произведение $f(x) \cdot dx$, переменная x ?
3. Сформулируйте свойства неопределенного интеграла и запишите их с помощью символов.
4. Напишите таблицу основных неопределенных интегралов.
5. В чем суть метода замены переменной в неопределенном интеграле?
6. Запишите формулу интегрирования по частям в неопределенном интеграле.
7. Опишите правило представления правильной дроби в виде суммы простейших дробей с учетом разложения многочлена в знаменателе на множители.

Задания для самостоятельной работы:

1. Найти интегралы:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \int (x+3)e^{-2x} dx; & \text{б) } \int (2x-1) \cos 3x dx; \\ \text{в) } \int (8-3x) \sin \frac{x}{2} dx & \text{г) } \int x^2 \sin 4x dx. \end{array}$$

2. Найти интегралы:

$$\begin{array}{lll} \text{а) } \int \frac{dx}{\sqrt{x+4}\sqrt{x}}; & \text{б) } \int \frac{e^{2x} dx}{3-5e^{2x}}; & \text{в) } \int \frac{3 \sin 4x dx}{\sqrt{2 \cos 4x + 5}}; \\ \text{г) } \int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}}; & \text{д) } \int \frac{\cos(1-2 \ln x)}{x} dx; & \text{е) } \int e^{\frac{2}{x}} \cdot \frac{dx}{x^2}. \end{array}$$

Тема 10. Определенный интеграл.

Список литературы по теме.

Л 1.1, Л.1.2, Л 1.3, Л 1.4, Л 2. 2, Л 2.4, Л 2.7, Л 2.12, Л 2.13, Л 2.16

Вопросы для самопроверки:

1. Дайте определение интегральной суммы и определенного интеграла. Каков его геометрический, экономический и механический смысл?
2. Запишите формулу Ньютона-Лейбница.
3. Запишите формулу замены переменной в определенном интеграле.
4. Запишите формулу интегрирования по частям для определенного интеграла.
5. Сформулируйте определение несобственного интеграла от функции на бесконечном промежутке; от неограниченной функции.

Задания для самостоятельной работы:

1. Используя теорему существования определенного интеграла, установить, существует ли определенный интеграл от данной функции по указанному промежутку:
 - а) $y(x) = \frac{3}{x^2 + 5x}$, $[0, 1]$; б) $y(x) = \operatorname{tg} x$, $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$; в) $y(x) = \frac{1}{x}$, $[2; +\infty)$.
2. Используя одно из свойств определенного интеграла, упростите вычисление интеграла $\int_{-1}^1 (2^x - 2^{-x}) dx$.
3. Не вычисляя, определить, какой из интегралов больше:
 - а) $\int_{-1}^1 e^x dx$ или $\int_0^1 e^x dx$; б) $\int_0^1 \frac{dx}{x^2 + 2}$ или $\int_0^1 \frac{dx}{x^2 + 1}$. Ответ обосновать
4. Чему равны выражения: $\int_{-\pi}^{\pi} f(t) \cdot \cos mt \cdot dt$ и $\int_{-\pi}^{\pi} f(t) \cdot \sin mt \cdot dt$, если $f(t)$ - четная функция; нечетная функция?
5. Вычислить:
 - а) $\int_1^8 \frac{7x\sqrt[3]{x}}{2} dx$, б) $\int_{-3}^0 \frac{dt}{\sqrt{25+3t}}$, в) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x dx}{\sqrt[3]{\sin^2 x}}$, г) $\int_{\sqrt{3}}^{\sqrt{8}} x\sqrt{1+x^2} dx$;
 - д) $\int_4^{25} \frac{adt}{\sqrt{t}-1}$; е) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dz}{5-3\cos z}$; ж) $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (1-x)\sin 3x dx$; з) $\int_0^{\pi} t^2 \cos t dt$.
5. Построить фигуру, ограниченную линиями, и найти её площадь:
 - а) $y = \ln(x+1)$, $y = 2$, $x = 0$; б) $r = 2\varphi$, $\varphi = \alpha$, $\varphi = \beta$.

Тема 11. Применение интегрального исчисления в экономике

Список литературы по теме.

Л 1.1, Л 1.4, Л 2. 1, Л 2.4, Л 2.5, Л 2.12, Л 2.16

Вопросы для самопроверки:

- Как найти искомую функцию, если известна ее предельная величина?
2. Какие условия необходимы для определения произвольной постоянной интегрирования в экономических задачах?
 3. Каким соотношением связаны предельные склонности к сбережению и потреблению?
 4. запишите формулу для вычисления налога на имущество предприятия за год, зная среднее значение стоимости имущества.

Задания для самостоятельной работы:

1. Найти прирост капитала предприятия на данном промежутке времени, если скорость изменения инвестиций имеет вид: $I(t) = 10 + 2\sqrt{t}$, $t \in [1, 16]$
2. Функция предельных издержек имеет вид: $C'(x) = 50 + 0.02x$. Найти функцию издержек, если фиксированные издержки составляют 2500 руб в месяц. Каковы издержки производства 250 изделий в месяц?
3. Найти функцию потребления $C(y)$, если потребление равно 1 млрд. руб., когда доход равен нулю, а функция предельной склонности к сбережению имеет вид $\frac{dS}{dy} = 0.37$
4. Уравнение спроса на некоторую продукцию имеет вид $p = 30 - 0.02x$. Найти среднее значение дохода, если объем продаж вырос с 80 до 150 ед.

6. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Приложение №1 к рабочей программе дисциплины

7. ОСНОВНАЯ И ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ УЧЕБНАЯ ЛИТЕРАТУРА, НЕОБХОДИМАЯ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

1.Основная литература	
Л 1.1.	Смирнов, Е. И. Математический анализ. Наглядное моделирование : учебное пособие / Е. И. Смирнов, В. В. Богун, Г. Ю. Буракова. — Саратов : Вузовское образование, 2020. — 345 с. — ISBN 978-5-4487-0670-7. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: http://www.iprbookshop.ru/92645.html (дата обращения: 29.01.2021). — Режим доступа: для авторизир. пользователей. - DOI: https://doi.org/10.23682/92645
Л 1.2.	Математический анализ для экономистов : учебное пособие / составители М. Г. Пашкевич [и др.]. — 2-е изд. — Новосибирск : Новосибирский государственный университет экономики и управления «НИНХ», 2019. — 292 с. — ISBN 978-5-7014-0934-5. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная

	система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: https://www.iprbookshop.ru/95188.html (дата обращения: 30.08.2021). — Режим доступа: для авторизир. пользователей/ Гарантированный срок размещения в ЭБС до 20.04.2030 (автопродлонгация)
	2.Дополнительная литература
Л 2.1.	Алексеев, Г. В. Курс высшей математики для гуманитарных направлений : учебное пособие / Г. В. Алексеев, И. И. Холявин. — Москва : Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 264 с. — ISBN 978-5-4497-0456-6. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: http://www.iprbookshop.ru/96847.html (дата обращения: 30.04.2021). — Режим доступа: для авторизир. пользователей(Лицензия: весь срок охраны авторского права)
Л 2.2.	Боронина, Е. Б. Математический анализ [Электронный ресурс] : учебное пособие / Е. Б. Боронина. — 2-е изд. — Электрон. текстовые данные. — Саратов : Научная книга, 2019. — 159 с. — 978-5-9758-1745-7. — Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/81022.html (Гарантированный срок размещения в ЭБС до 31.08.2021 (автопродлонгация))
Л 2.3.	Краткий курс высшей математики : учебник : [16+] / К.В. Балдин, Ф.К. Балдин, В.И. Джеффаль и др. ; под общ. ред. К.В. Балдина. — 4-е изд., стер. — Москва : Дашков и К°, 2020. — 512 с. : ил. — Режим доступа: по подписке. — URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=573171 (дата обращения: 28.01.2021). — Библиогр. в кн. — ISBN 978-5-394-03643-9. — Текст : электронный.
Л 2.4.	Неганова, Л.М. Высшая математика (для экономистов): [16+] / Л.М. Неганова, А.В. Яковлева ; Научная книга. — 2-е изд. — Саратов : Научная книга, 2020. — 48 с. : табл. — Режим доступа: по подписке. — URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=578517 (дата обращения: 28.01.2021). — ISBN 978-5-9758-1970-3. — Текст : электронный.

8. РЕСУРСЫ ИНФОРМАЦИОННО-ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ "ИНТЕРНЕТ", НЕОБХОДИМЫЕ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

№ п/п	Интернет ресурс (адрес)	Описание ресурса
1.	http://www.exponenta.ru/educat/class/courses/ma/theme1/theme.asp	Рассмотрены основные вопросы курса математического анализа. Рассмотрено большое количество примеров. Все примеры разбиты на темы. Выбрав интересующую Вас тему, Вы сможете ознакомиться с примерами. Все примеры решены в среде математического пакета Mathcad и Mathematica, документы Mathcad (Mathcad 2000) и Mathematica 4.1 доступны для просмотра и скачивания. После каждого примера помещена ссылка на соответствующую теоретическую справку.
2.	http://mathprofi.ru/	Данный ресурс предназначен для студентов технических, экономических и гуманитарных специальностей. Каждый, кто осваивает высшую математику, найдет немало полезных учебных материалов, изложенных в доступной форме. Помимо «математики для чайников» разбираются и более трудные темы, примеры, причём, в любом случае автор старается максимально подробно разъяснить практические задания.
3.	ЭБС «IPRsmar»/ https:// www.iprbookshop.ru	Электронная библиотека, обеспечивающая доступ высших и средних учебных заведений, публичных библио-тек и

		корпоративных пользователей к наиболее востребованным материалам по всем отраслям
--	--	---

9. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Методические указания по выполнению лекционных занятий

Лекции - форма учебных занятий, цель которых состоит в рассмотрении теоретических вопросов излагаемой дисциплины в логически выдержанной форме.

Успешное изучение курса требует посещения лекций обучающимися.

Во время лекции обучающийся должен вести краткий конспект лекций, схематично и последовательно фиксировать основные положения, выводы, формулировки, обобщения; пометить важные мысли, выделять ключевые слова, термины. Проверка терминов, понятий с помощью энциклопедий, словарей, справочников с выписыванием толкований в тетрадь.

Работа с конспектом лекций предполагает просмотр конспекта после занятий при повторении, закреплении пройденного материала. При этом необходимо обозначить вопросы, термины, материалы конспекта, которые вызывают затруднения для понимания. Уделить внимание понятиям по глоссарию. Пометить и попытаться найти ответ в рекомендуемой литературе.

При этом обучающийся должен стараться найти ответы на затруднительные вопросы, используя рекомендованную литературу по дисциплине. Если обучающему не удалось самостоятельно разобраться в законспектированном материале, необходимо сформулировать вопросы и обратиться за помощью к преподавателю на ближайшей лекции или консультации.

В состав учебно-методических материалов лекционного курса включаются:

- учебники и учебные пособия, в том числе разработанные преподавателем кафедры, конспекты (тексты, схемы) лекций в печатном или в электронном представлении – электронный учебник, файл с содержанием материала, излагаемого на лекции, файл с раздаточными материалами;
- тесты и задания по различным темам лекций (разделам учебной дисциплины) для самоконтроля студентов;
- списки учебной литературы, рекомендуемой студентам в качестве основной и дополнительной по темам лекций данной дисциплины.

Обучающемуся необходимо регулярно отводить время для повторения пройденного материала, проверяя свои знания, умения и навыки по контрольным вопросам дисциплины.

Методические указания по выполнению практических занятий

Практические занятия – одна из форм учебного занятия, направленная на развитие самостоятельности обучающихся и приобретение умений и навыков практической деятельности.

Для успешного освоения практических занятий предусматривается учебно-методический материал практических занятий, который включает:

- план проведения занятий с указанием последовательности рассматриваемых вопросов занятий, объема часов, отводимых на освоение материалов по теме;
- перечень вопросов, заданий со ссылками на учебно –методические материалы, основную и дополнительную литературу, которые позволяют более глубоко рассматривать вопросы;
- тексты ситуаций для анализа, ситуаций, задач и т.п., рассматриваемых на практических занятиях;
- методические указания для преподавателей, ведущих практические занятия, определяющие методику проведения занятий, порядок решения задач, разбор производственных ситуаций, тем рефератов, предлагаемых студентам и организацию их обсуждения или анализа.

Проведение практических занятий включает в себя обсуждение проблемных вопросов той или иной темы курса, решение практических задач, рассмотрение конкретных производственных ситуаций.

При разработке содержания практических занятий используются различные варианты:

- обсуждение докладов и сообщений по темам дисциплины;
- брифинги-опросы;
- проведение круглых столов;
- выполнение индивидуальных и групповых аудиторных работ;
- текущее и контрольное тестирование;
- выполнение расчетных заданий;
- разбор конкретных ситуаций;
- работа с текстом;
- решение расчетно-графических заданий, решение задач по алгоритму и др.

Для проведения расчетов используются фактические данные бухгалтерской отчетности, финансовой отчетности отдельных предприятий, сборники практических заданий, практикумы, а также статистические данные, иную необходимую информацию, публикуемую в открытой российской и зарубежной печати.

При проведении семинарских занятий по темам дисциплины отражается перечень вопросов обсуждения с увязкой программы и необходимой литературой для подготовки к семинарским занятиям. В ходе подготовки к семинарам обучающийся должен научиться: отбирать и анализировать, литературу аргументировано, излагать свое мнение, вести дискуссию.

Практические занятия рекомендуется проводить и с использованием деловых ситуаций для анализа (case-study)

Проработав материалы практических занятий, студент должен:

- знать: основные теоретические аспекты дисциплины;
- уметь: анализировать общие и отличительные черты, практику использования законов по теме исследования, виды и структуру коммуникационных процессов и методы организационного проектирования;

приобрести навыки работы с научной, учебной и методической литературой, составления глоссария основных понятий, разработки логических схем дисциплины и отдельных тем курса.

Методические указания по выполнению практикумов

Не предусмотрены учебным планом.

Методические указания по выполнению контрольных работ/индивидуальных заданий

Выполнение контрольной работы - существенный этап самостоятельной работы обучающихся, который необходим для приобретения практических навыков.

Каждый обучающийся выполняет свой вариант контрольной работы.

При выполнении контрольной работы необходимо соблюдать следующие требования:

1. Работу следует выполнить и представить в сроки, указанные в учебном графике в строгом соответствии с требованиями методических указаний.
2. Контрольная работа может быть выполнена рукописно либо на компьютере.
3. При выполнении заданий необходимо полностью привести их условие.
4. Задания должны быть выполнены в той последовательности, в которой они представлены в условии работы.
5. В конце работы должен быть приведен список использованной литературы.
6. Студенты, не выполнившие работу в установленный срок и не прошедшие собеседование, к экзамену или зачету не допускаются.

При возникновении вопросов, связанных с выполнением контрольной работы, следует обратиться за консультацией на кафедру.

Требования по оформлению контрольной работы

1. Параметры страницы: верхнее и нижнее поля по 2,5 см, правое – 3 см, левое – 2 см
2. Размер шрифта – 14-12 Times New Roman.

Контрольная работа выполняется в объеме не менее 10-12 машинописных страниц. На контрольную работу дается письменное заключение (рецензия) преподавателя

Контрольная работа №1 (1 семестр)

Задача 1.

Вычислить пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталья.

$$1.1. \quad \text{a) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x-2} - \sqrt{4-x}}{x^2 + x - 12}; \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 5x + 2}{2x^3 + 3x - 1}; \quad \text{c) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 12x + 20}; \quad \text{d) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + 3x^2)}{x^3 - 5x};$$

$$1.2. \quad \text{a) } \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{2 + \sqrt{x-1}}; \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 + 7x}{2x^2 - 4x + 5}; \quad \text{c) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{6 + x - x^2}{x^3 - 27}; \quad \text{d) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctg(5x)}{\tg(2x)};$$

- 1.3 a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+9}+3}{4\operatorname{tg}(x)}$; b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3-3x^2+7}{x^2+x-1}$; c) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2-3x-4}{x^2-x-12}$; d) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\arcsin(x-3)}{x^2-9}$;
- 1.4. a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{7x+2}}{x^2+1}$; b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4+5x-7}{2x^2+x+1}$; c) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{4x^2+11x-3}{x^2+2x-3}$; d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+4x^3)}{2x^4}$;
- 1.5. a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x+\frac{\pi}{2})}{3x^2}$; b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-3x^3+x^2}{x^2-3x-2}$; c) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2-7x+6}{x^2-5x+6}$; d) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\operatorname{arctg}(x+2)}{x^2-4}$;
- 1.6. a) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{5x+1}-4}{x^2-2x-1}$; b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^3-5x+2}{4x^2+2x-1}$; c) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{4x^2+7x-2}{3x^2+8x+4}$; d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin(2x)}{\operatorname{tg}(3x)}$;
- 1.7. a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+2x+1}{\sqrt{8+x}-\sqrt{3+6x}}$; b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2+6x-7}{x^4+3x^2}$; c) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{5x^2+4x-1}{3x^2+x-2}$; d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3\sin^2(4x)}{x^2-x^3}$;
- 1.8. a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\operatorname{tg}(x-1)}{x^2+2x-1}$; b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^3+4x-5}{4x^2-3x+2}$; c) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2-4x-5}{3x^2+2x-1}$; d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x^2-x}{\sin^2(3x)}$;
- 1.9. a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+3x}{\cos(\frac{\pi}{2})x}$; b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2-3x+10}{7x^4+2x^2-1}$; c) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2+2x-1}{x^2+x+2}$; d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^2(\frac{x}{2})}{x^2}$;
- 1.10. a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-\sqrt{x}}{x^2+1}$; b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3+5x-7}{2x^2-x+10}$; c) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3-8}{x^2+x-6}$; d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg}(3x)}{\ln(1+2x)}$;
- 1.11. a) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x-2}+\sqrt{4-x}}{x^2+x-12}$; b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3-5x+2}{2x^3+3x-1}$; c) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-5x+6}{x^2-12x+20}$; d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1-3x^2)}{x^3-5x}$;
- 1.12. a) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2-25}{2-\sqrt{x-1}}$; b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2+7x}{2x^2-4x+5}$; c) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{6+x-x^2}{x^3-27}$; d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg}(5x^2)}{\operatorname{tg}(2x)}$;
- 1.13. a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+9}-3}{4\operatorname{tg}(x)}$; b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3-3x^2+7}{3x^3+x-1}$; c) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2-3x-4}{x^2-x-12}$; d) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\arcsin(x-3)}{x^2-9}$;

$$1.14. \quad \text{a) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{7x+2}-3}{x^2-1}; \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4+5x-7}{2x^5+x+1}; \quad \text{c) } \lim_{x \rightarrow -3} \frac{4x^2+11x-3}{x^2+2x-3}; \quad \text{d) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+4x^3)}{2x^3+3};$$

$$1.15. \quad \text{a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x+\frac{\pi}{2})}{3x^2}; \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-3x^3+x^2}{x^3-3x-2}; \quad \text{c) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2-7x+6}{x^2-5x+6}; \quad \text{d) } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\arctg(x-2)}{x^2-4};$$

$$1.16. \quad \text{a) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{5x+1}+4}{x^2-2x-3}; \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^3-5x+2}{4x^3+2x-1}; \quad \text{c) } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{4x^2+7x-2}{3x^2+8x+4}; \quad \text{d) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin^2(2x)}{\text{tg}(3x)};$$

$$1.17. \quad \text{a) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-2x+1}{\sqrt{8+x}+\sqrt{3+6x}}; \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2+6x-7}{5x^2+6}; \quad \text{c) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{5x^2+4x-1}{3x^2+x-2}; \quad \text{d) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3\sin(4x)}{x^2-x^3};$$

$$1.18. \quad \text{a) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x^2+2x-1}; \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^3+4x-5}{-4x^3-3x+2}; \quad \text{c) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2-4x-5}{3x^2+2x-1}; \quad \text{d) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x^2-x}{\sin(3x)}$$

$$1.19. \quad \text{a) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+3x}{\cos(\frac{\pi}{2}x)}; \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4-3x+10}{7x^4+2x^2-1}; \quad \text{c) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2+2x-1}{x^2+x+2};$$

$$\text{d) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{tg}^2(\frac{x}{2})}{x^3}$$

$$1.20. \quad \text{a) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{4-\sqrt{x}}{x^2+1}; \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3+5x-7}{2x^2-x+10}; \quad \text{c) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3-8}{x^2+x-6}; \quad \text{d) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctg(3x)}{\ln(1+2x)};$$

Задача 2.

Задание а) Задана функция $y=f(x)$ и два значения аргумента x_1 и x_2 .

Требуется:

1) найти область непрерывности функции и установить, является ли данная функция непрерывной для каждого из заданных значений аргумента;

2) в случае разрыва функции сделать вывод о характере точки разрыва;

3) сделать схематический чертёж в окрестности точки разрыва.

Задание б) Найти точки разрыва функции и определить характер разрыва. Построить график функции.

$$2.1 \text{ а) } f(x)=2^{\frac{1}{x-3}}+1, \quad x_1=4, \quad x_2=3; \quad \text{б) } f(x)=\begin{cases} x+4, & x < -1; \\ x^2+2, & -1 \leq x < 1; \\ 2x, & x \geq 1; \end{cases}$$

$$\begin{array}{ll}
 2.2 \text{ a) } f(x) = \frac{6}{x^2 + 2x}, & x_1 = 0, \quad x_2 = 1; \\
 & \text{b) } f(x) = \begin{cases} x+1, & x \leq 0; \\ (x+1)^2, & 0 < x \leq 2; \\ 4-x, & x > 2; \end{cases} \\
 2.3 \text{ a) } f(x) = 4^{\frac{1}{3-x}} - 1, & x_1 = 3, \quad x_2 = 4; \\
 & \text{b) } f(x) = \begin{cases} x+2, & x \leq -1; \\ x^2 + 1, & -1 < x \leq 1; \\ 3-x, & x > 1; \end{cases} \\
 2.4 \text{ a) } f(x) = \frac{2}{x^2 - 4}, & x_1 = 2, \quad x_2 = 3; \\
 & \text{b) } f(x) = \begin{cases} -x, & x \leq 0; \\ -(x-1)^2, & 0 < x < 2; \\ x-3, & x \geq 2; \end{cases} \\
 2.5 \text{ a) } f(x) = 12^{\frac{1}{x}} + 1, & x_1 = 1, \quad x_2 = 0; \\
 & \text{b) } f(x) = \begin{cases} -2(x+1), & x \leq -1; \\ (x+1)^2, & -1 < x < 0; \\ x, & x > 0; \end{cases} \\
 2.6 \text{ a) } f(x) = \frac{3}{x^2 - 3x}, & x_1 = 0, \quad x_2 = 2; \\
 & \text{b) } f(x) = \begin{cases} -x, & x \leq 0; \\ x^2, & 0 < x \leq 2; \\ x+1, & x > 2; \end{cases} \\
 2.7 \text{ a) } f(x) = 2^{\frac{1}{x-5}} + 1, & x_1 = 5, \quad x_2 = 6; \\
 & \text{b) } f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & x \leq 1; \\ 2x, & 1 < x \leq 3; \\ 6-x, & x > 3; \end{cases} \\
 2.8 \text{ a) } f(x) = \frac{4}{9-x^2}, & x_1 = 2, \quad x_2 = 3; \\
 & \text{b) } f(x) = \begin{cases} 1-x, & x < 0; \\ x^2 + 1, & 0 \leq x \leq 4; \\ 6-x, & x > 4; \end{cases} \\
 2.9 \text{ a) } f(x) = 3^{\frac{1}{4-x}} - 1, & x_1 = 4, \quad x_2 = 6; \\
 & \text{b) } f(x) = \begin{cases} 2, & x \leq -1; \\ 1-x, & -1 < x \leq 1; \\ \ln(x), & x > 1; \end{cases} \\
 2.10 \text{ a) } f(x) = 4^{\frac{x}{x-3}}, & x_1 = 3, \quad x_2 = 4; \\
 & \text{b) } f(x) = \begin{cases} 2x^2, & x \leq 0; \\ x, & 0 < x \leq 1; \\ 2+x, & x > 1; \end{cases} \\
 2.11 \text{ a) } f(x) = 8^{\frac{1}{5-x}} + 1, & x_1 = 7, \quad x_2 = 5; \\
 & \text{b) } f(x) = \begin{cases} \sin(x), & x < 0; \\ x, & 0 \leq x \leq 2; \\ 0, & x > 2; \end{cases} \\
 2.12 \text{ a) } f(x) = 9^{\frac{2x}{x+1}}, & x_1 = -1, \quad x_2 = 0; \\
 & \text{b) } f(x) = \begin{cases} \cos(x), & x \leq \frac{\pi}{2}; \\ 0, & \frac{\pi}{2} < x < \pi; \\ 2, & x \geq \pi; \end{cases} \\
 2.13 \text{ a) } f(x) = 2^{\frac{1}{x-1}} - 1, & x_1 = 1, \quad x_2 = 0; \\
 & \text{b) } f(x) = \begin{cases} x-1, & x \leq 0; \\ x^2, & 0 < x < 2; \\ 1-2x, & x \geq 2; \end{cases}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
2.14 \text{ a) } f(x) = \frac{10}{x^2 - 25}, \quad x_1 = -5, \quad x_2 = 4; \quad \text{b) } f(x) = \begin{cases} x+1, & x < 0; \\ x^2 - 1, & 0 \leq x < 1; \\ 1-x, & x \geq 1; \end{cases} \\
2.15 \text{ a) } f(x) = 3^{\frac{1}{x+1}} + 2, \quad x_1 = -1, \quad x_2 = 0; \quad \text{b) } f(x) = \begin{cases} -x, & x < 0; \\ x^2 + 1, & 0 < x < 2; \\ x+1, & x \geq 2; \end{cases} \\
2.16 \text{ a) } f(x) = \frac{9}{16-x^2}, \quad x_1 = 3, \quad x_2 = 5; \quad \text{b) } f(x) = \begin{cases} x+3, & x \leq 0; \\ 1, & 0 < x \leq 2; \\ x^2 - 2, & x > 2; \end{cases} \\
2.17 \text{ a) } f(x) = 4^{\frac{1}{x+3}} - 1, \quad x_1 = -3, \quad x_2 = -2; \quad \text{b) } f(x) = \begin{cases} x-1, & x < 0; \\ \sin(x), & 0 \leq x < \pi; \\ 1, & x \geq \pi; \end{cases} \\
2.18 \text{ a) } f(x) = 8^{\frac{2x}{x-1}}, \quad x_1 = 0, \quad x_2 = 1; \quad \text{b) } f(x) = \begin{cases} 1-x, & x < -1; \\ x^2 + 1, & -1 \leq x \leq 2; \\ 2x, & x > 2; \end{cases} \\
2.19 \text{ a) } f(x) = 3^{\frac{1}{x+4}} + 1, \quad x_1 = -2, \quad x_2 = -4; \quad \text{b) } f(x) = \begin{cases} 1, & x \leq 0; \\ 2^x, & 0 < x \leq 2; \\ x+3, & x > 2; \end{cases} \\
2.20 \text{ a) } f(x) = 7^{\frac{3x}{x+2}}, \quad x_1 = -2, \quad x_2 = 0; \quad \text{b) } f(x) = \begin{cases} 2-x, & x < -1; \\ x^3, & -1 \leq x \leq 1; \\ 2, & x > 1; \end{cases}
\end{array}$$

Задача 3.

Задача на применение функций одной переменной в экономике

Заданы функции спроса $D = D(p)$ и предложения $S = S(p)$ на товар в зависимости от цены p . Требуется:

- 5) найти область определения и множество значений функций;
- 6) найти объем предложения и объем спроса товара по цене p_1 ; определить, что будет - избыточное предложение или избыточный спрос; вычислить выручку продавцов $U(p_1)$;
- 7) найти равновесную цену p_0 , равновесный объем продаж q_0 и выручку продавцов $U(p_0)$;
- 8) построить графики функций $D = D(p)$ и $S = S(p)$ в одной системе координат, указать значение p_0 .

$$3.1. D = 1000 - 10p, \quad S = 100 + 10p, \quad p_1 = 20$$

$$3.2. D = 800 - 10p, \quad S = 200 + 10p, \quad p_1 = 20$$

$$3.3. D = 1000 - 20p, \quad S = 100 + 20p, \quad p_1 = 10$$

- 3.4. $D = 400 - 20p$, $S = 70 + 20p$, $p_1 = 5$
 3.5. $D = 600 - 8p$, $S = 120 + 8p$, $p_1 = 20$
 3.6. $D = 400 - 5p$, $S = 100 + 5p$, $p_1 = 20$
 3.7. $D = 500 - 5p$, $S = 50 + 5p$, $p_1 = 20$
 3.8. $D = 200 - 10p$, $S = 35 + 5p$, $p_1 = 20$
 3.9. $D = 500 - 10p$, $S = 200 + 5p$, $p_1 = 20$
 3.10. $D = 300 - 4p$, $S = 60 + 4p$, $p_1 = 20$
 3.11. $D = 1000 - 20p$, $S = 100 + 10p$, $p_1 = 20$
 3.12. $D = 800 - 20p$, $S = 200 + 20p$, $p_1 = 20$
 3.13. $D = 1000 - 30p$, $S = 100 + 30p$, $p_1 = 10$
 3.14. $D = 400 - 30p$, $S = 200 + 20p$, $p_1 = 5$
 3.15. $D = 600 - 10p$, $S = 120 + 10p$, $p_1 = 20$
 3.16. $D = 400 - 10p$, $S = 100 + 10p$, $p_1 = 20$
 3.17. $D = 500 - 10p$, $S = 50 + 5p$, $p_1 = 20$
 3.18. $D = 200 - 5p$, $S = 35 + 10p$, $p_1 = 20$
 3.19. $D = 500 - 5p$, $S = 200 + 10p$, $p_1 = 20$
 3.20. $D = 300 - 5p$, $S = 60 + 5p$, $p_1 = 20$

Задача 4.

Найти производные $\frac{dy}{dx}$ данных функций.

- 4.1. а) $y = \frac{4\sin x}{\cos^2 x}$; б) $y = \ln \sin(x + 5)$
 4.2. а) $y = x^2 \cdot \sqrt{1 - x^2}$; б) $y = (e^{\cos x} + 3)^2$
 4.3. а) $y = x \cdot \sqrt{\frac{1+x^2}{1-x}}$; б) $y = \arcsin \sqrt{1-3x}$
 4.4. а) $y = x^5 \cdot \ln(x^2 + 4)$; б) $y = \sin 3x - x \cdot \cos 5x$
 4.5. а) $y = \frac{\sin^2 x}{2 + 3\cos^2 x}$; б) $y = \frac{x \cdot \ln x}{x-1}$
 4.6. а) $y = 2tg^3(x^2 + 1)$; б) $y = 2^x \cdot e^{-x}$
 4.7. а) $y = \operatorname{arctg} \frac{x}{1-x^2}$; б) $y = \frac{1}{2} \cdot tgx \cdot \ln \cos x$
 4.8. а) $y = 3x \cdot \sqrt{x^5 + 5x^4 - \frac{5}{x}}$; б) $y = \operatorname{arctg}(g^2 x)$
 4.9. а) $y = x \cdot \sqrt{x^2 + x + \frac{1}{x}}$; б) $y = \arcsin \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$
 4.10. а) $y = \sqrt{x^2 + 1} + \sqrt[3]{x^3 + 1}$; б) $y = \frac{1}{3} \cdot tg^3 x - tgx + x$
 4.11. а) $y = \frac{x}{x^2 - 1}$; б) $y = x^5 \cdot \ln(x^2 + 4)$

- 4.12. а) $y = \ln(\operatorname{tg} 2x)$; б) $y = \frac{3x}{2x^2 + 1}$
- 4.13. а) $y = x^3 \cdot \ln x$; б) $y = \sqrt[5]{x^2 + x + \frac{1}{x}}$
- 4.14. а) $y = x \cdot \operatorname{arctg} x$; б) $y = \arcsin \frac{2x}{\sqrt{1-x}}$
- 4.15. а) $y = x \cdot \operatorname{arctg} 3x$; б) $y = \ln(x^2 + 4)$
- 4.16. а) $y = e^{\operatorname{ctg} 3x}$; б) $y = \frac{4 \sin x}{\cos^2 x}$
- 4.17. а) $y = e^x \cdot \cos 2x$; б) $y = \operatorname{arctg} \frac{x}{1-x^2}$
- 4.18. а) $y = e^{-x} \cdot \sin x$; б) $y = \ln^2(\operatorname{tg} 2x)$
- 4.19. а) $y = x \cdot \sqrt{1+x^2}$; б) $y = 2^{\operatorname{ctg} 3x}$
- 4.20. а) $y = x \cdot e^{-x^2}$; б) $y = 3 \operatorname{tg}^2(x^2 + 1) - 44$

Задача 5

Задача на экономические приложения производных функций одной переменной.

5.1 Поступления от реализации производственной продукции x выражаются функцией $f(x) = 9x - x^2$, а затраты, связанные с производством продукции в количестве x , записываются функцией $C = -6x^2 + 13x - 18$. Определите оптимальный объем производства, обеспечивающий максимум прибыли.

5.2 Найти эластичность функции спроса $D = 300 - 5p$ по цене и эластичность функции предложения $S = 60 + 5p$ по цене при $p_1 = 20$. Определить, на сколько процентов изменятся спрос и предложение, если цена увеличится на 5%..

5.3 Затраты, связанные с производством продукции, определяются функцией $Y = -480x + 8x^2 + 12000$. Определите объем производства, обеспечивающий минимальные затраты. Дайте экономическое истолкование результату.

5.4 Объем x выпущенной продукции и выручка $U(x)$, полученная от реализации, заданы функцией $U = 10x + \frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{15}x^3$. Найдите, при каком объеме продукции выручка минимальна. Вычислите предельную выручку.

5.5 Цена на товар составляет 250 руб., издержки производства этого товара равны $120x + x^2$, где x - число единиц произведенного товара. Найти, при каком количестве товара функция прибыли принимает максимальное значение.

5.6 Издержки производства продукции определяются функцией $5x^2 + 80x$, где x -

число единиц произведенной за месяц продукции. Продукция продается по цене 280 руб. за изделие. Сколько изделий нужно произвести и продать, чтобы прибыль была максимальна?

5.7 Количество произведенной за день продукции $Q(x)$ зависит от числа рабочих в сборочном цехе следующим образом: $Q(x) = 100x + 3x^2$, где x - число рабочих. Вычислить значение прироста выработки за неделю, вызванное добавлением одного рабочего.

5.8 Вычислить предельную выручку, если известны уравнение спроса $10q + p - 100 = 0$ и значение цены $p = 80$ на продукцию (q - количество продукции, p - цена продукции). Что она показывает?

5.9 Производитель реализует продукцию по цене 2 ден. ед. за единицу, а общие издержки равны $C(x) = 2 + 3x - x^2$ ден. ед., где x - количество продукции. Известно, что наибольшая прибыль достигается при выпуске 0,5 ед. продукции. Чему равны полный доход $R(x)$ и общие издержки $C(x)$ при оптимальном плане выпуска продукции?

5.10 Вычислить предельную выручку, если известно уравнение спроса $\sqrt{q} + 3p - 50 = 0$ и значение цены $p = 10$ на некоторую продукцию (q - количество продукции, p - цена продукции).

5.11 Вычислить эластичность функции спроса $q = \frac{100-p}{5}$ в точке $p = 50$ (q - количество продукции, p - цена продукции). Дать экономическое истолкование результату. Вычислить процентное изменение спроса, если цена уменьшилась на 2%.

5.12 Задана зависимость $6 - 2p - x = 0$, связывающая количество продукции x и цену p товара. Постоянные издержки производства составляют $C = 5$ ден.ед., а переменные затраты на одну единицу продукции равны 2 ден.ед. Запишите функции дохода $R(x)$, общих издержек $C(x)$ и прибыли $PR(x)$. Постройте графики функций $R(x)$, $C(x)$, $PR(x)$.

5.13 Зависимость спроса от цены выражается формулой $d(p) = 10 - 2p$. Запишите функцию выручки от цены. При каких значениях цены выручка возрастает? Вычислите эластичность спроса на товар по цене $p = 2$, дайте экономическое истолкование.

5.14 Зависимость спроса от цены выражается формулой $d(p) = 15 + 2p - p^2$. Вычислите эластичность спроса на товар по цене $p = 2$, дайте экономическое истолкование. Постройте график предельного спроса. Запишите функцию выручки от цены. При каких значениях цены выручка убывает?

5.15 Пусть $y = \frac{x}{3+2x}$ есть функция Торнквиста спроса потребителей y на товары первой необходимости в зависимости от дохода x . Найдите эластичность $E_x(y)$ при $x=2$, дайте экономическое истолкование полученному результату.

5.16 Дана функция спроса $D(p) = 100\sqrt{4-p}$ от цены товара p . Составить функцию выручки. Вычислить эластичность функции спроса в точке $p=150$ и дать экономическое истолкование результату. Как повлияет изменение цены на выручку?

5.17 Предприятие производит x ед. продукции в месяц и реализует ее по цене $p = 25 - \frac{1}{30}x$. Суммарные издержки производства составляют $K = \frac{1}{15}x^2 + 5x + 300$. Определите, при каком объеме производства прибыль предприятия будет максимальной.

5.18 Производитель реализует свою продукцию по цене $p = 2 - \frac{x}{2}$ ден. ед. за единицу продукции, а издержки задаются функцией $C(x) = 2 + x$, где x - объем выпущенной продукции. Найдите оптимальный объем выпуска продукции и соответствующую прибыль.

5.19 Поступления от реализации производственной продукции x выражаются функцией $f(x) = 600x - 2x^3$, а затраты, связанные с производством продукции x , записываются функцией $c(x) = 450x - 8x^2 - 1300$. Определите оптимальный объем производства, обеспечивающий максимум прибыли.

5.20 Производитель реализует свою продукцию по цене $p = \frac{6-x}{2}$ ден.ед. за единицу продукции, а издержки задаются функцией $C(x) = 2 + 3x - x^2$, где x - объем выпущенной продукции. Найдите оптимальный объем выпуска продукции и соответствующую прибыль.

Контрольная работа №1 (2 семестр)

Задача 1.

По химической технологии изготовление некоторого продукта осуществляется в двух параллельно работающих аппаратах. Первый аппарат из x_1 сырья в единицу времени производит $f(x_1)$ единиц продукта, а производительность второго аппарата при расходе x_2 единиц сырья составляет $g(x_2)$ единиц продукта. Составить функцию $P(x_1, x_2)$, выражающую общую производительность аппаратов. Построить линии уровня этой функции, указать экономический смысл.

- 1.1. $f(x_1) = x_1^2 + 2x_1; g(x_2) = x_2^2$
 1.2. $f(x_1) = x_1^2; g(x_2) = x_2^2 + 4x_2$
 1.3. $f(x_1) = 4x_1^2; g(x_2) = x_2^2 + 4$
 1.4. $f(x_1) = 2x_1^2; g(x_2) = x_2^2 + 1$
 1.5. $f(x_1) = x_1 + 4; g(x_2) = x_2^2 + 2x_2$
 1.6. $f(x_1) = 4x_1 + x_1^2; g(x_2) = x_2^2$
 1.7. $f(x_1) = x_1^2 + 4x_1; g(x_2) = 4x_2$
 1.8. $f(x_1) = 4x_1; g(x_2) = x_2^2 + 2x_2$
 1.9. $f(x_1) = x_1^2 + 2; g(x_2) = x_2^2 + 2x_2$
 1.10. $f(x_1) = 2x_1^2 + 4; g(x_2) = 4x_2$
 1.11. $f(x_1) = x_1^2; g(x_2) = x_2^2 + 2x_2$
 1.12. $f(x_1) = x_1^2 + 4x_1; g(x_2) = x_2^2$
 1.13. $f(x_1) = x_1^2 + 2x_1; g(x_2) = 4x_2$
 1.14. $f(x_1) = x_1^2 + 2x_2; g(x_2) = 3x_2$
 1.15. $f(x_1) = 4x_1; g(x_2) = x_2^2 + 4x_2$
 1.16. $f(x_1) = x_1^2; g(x_2) = 4x_2 + x_2^2$
 1.17. $f(x_1) = x_1^2; g(x_2) = x_2^2 + 2x_1$
 1.18. $f(x_1) = x_1^2 + 2x_1; g(x_2) = 4x_2$
 1.19. $f(x_1) = x_1^2 + 4x_1; g(x_2) = 2x_2^2$
 1.20. $f(x_1) = 8x_2; g(x_2) = 4x_1^2 + 4$

Задача 2.

Составить математическую модель и решить графически

2.1 В швейном цехе имеет 84 метра ткани. На пошив одного халата требуется 4 метра ткани, а на одну куртку – 3 метра. Сколько следует изготовить халатов и курток для получения наибольшей прибыли от реализации продукции, если халат дает прибыль 16 рублей, а куртка – 13 рублей. Известно, что халатов можно изготовить не более 15, а курток – не более 18 штук.

2.2 Для производства изделий А и В предприятие использует четыре вида деталей: M_1, M_2, M_3, M_4 . Расход деталей каждого типа (в штуках), запасы деталей и доход от производства единицы изделий каждого типа даны в таблице. Составить план выпуска продукции, обеспечивающий наибольший доход.

Тип детали	Расход деталей на единицу изделий		Запасы деталей
	А	В	
M_1	–	2	90
M_2	3	5	300
M_3	6	4	420
M_4	3	–	180
Доход на единицу продукции	20 руб.	15 руб.	

2.3 Известно, что откорм животных экономически выгоден при условии, что каждое животное получает в дневном рационе не менее 6 единиц питательного вещества А, не менее 12 единиц вещества В, не менее 4 единиц вещества С. Для откорма животных используется два вида кормов. В таблице показано, сколько единиц каждого питательного вещества содержится в 1 кг каждого вида корма, а так же цена 1 кг корма. Какое количество каждого вида корма необходимо расходовать, чтобы общие затраты были минимальные?

Питательные вещества	Корм	
	I	II
А	2	1
В	2	4
С	0	4
Цена корма	5 руб.	6 руб.

2.4 Имеется два продукта питания А и В, каждый из которых содержит белки, жиры и углеводы. В таблице указаны количественный состав этих продуктов в некоторых единицах, их цена максимальная норма потребления этих продуктов, а также минимальная потребность в питательных веществах. Требуется рассчитать количество обоих продуктов так, чтобы удовлетворить потребности организма в указанных веществах при минимальных денежных затратах.

Состав	Минимальная потребность	Продукт	
		А	В
Белки	39	2	1
Жиры	25	2	4
Углеводы	60	0	4
Цена продукта		4 руб.	6 руб.
Максимальная норма потребления продукта (не более указанного)		25 ед.	

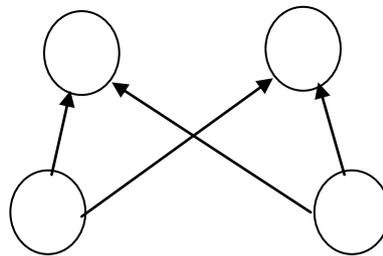
25. На деревообрабатывающем предприятии изготавливают тумбочки и книжные шкафы. Для этого требуется три вида сырья: древесина, фанера и стекло. Запасы сырья, количество единиц сырья, затрачиваемых на изготовление единицы продукции, а также величина прибыли от реализации продукции, приведены в таблице. Составить такой план выпуска продукции, чтобы при ее реализации получить максимум прибыли.

Виды сырья	Нормы расхода сырья на изготовление единицы продукции:		Запасы сырья
	тумбочка	Книжный шкаф	
Древесина, м ³	0,3	0,4	40
Фанера, м ²	0,2	0,1	20
Стекло, м ²	–	0,1	5
Прибыль	5 руб.	10 руб.	

2.6 Цех выпускает трансформаторы двух видов. На один трансформатор первого вида расходуется 5 кг железа и 4 кг проволоки, а на трансформатор второго вида – 3 кг железа и 1,6 кг проволоки. Для изготовления этих трансформаторов имеется 350 кг железа и 240 кг проволоки. По плану в цехе должно быть изготовлено не менее 20 штук трансформаторов первого вида и не менее 30 штук

трансформаторов второго вида. Сколько штук трансформаторов каждого вида должен производить цех, чтобы получить наибольшую прибыль, если от реализации трансформаторов первого вида цех получает чистого дохода 5 рублей, а от трансформаторов второго вида – 2 рубля?

2.7 В пунктах А и В расположены кирпичные заводы, в пунктах Д и С – карьеры, снабжающие их песком. Потребность заводов в песке не больше производительности карьеров. Известно, сколько песка нужно каждому из заводов и сколько его добывают в каждом карьере. Известна также стоимость перевозки 1 тонны песка из каждого карьера к заводам (все эти данные указаны на рисунке). Как спланировать снабжение заводов песком, чтобы затраты были наименьшими?



2.8 В швейном цехе имеет 84 метра ткани. На пошив одного халата требуется 4 метра ткани, а на одну куртку – 3 метра. Сколько следует изготовить халатов и курток для получения наибольшей прибыли от реализации продукции, если халат дает прибыль 16 рублей, а куртка – 13 рублей. Известно, что халатов можно изготовить не более 15, а курток – не более 18 штук.

2.9 Для производства изделий А и В предприятие использует четыре вида деталей: M_1 , M_2 , M_3 , M_4 . Расход деталей каждого типа (в штуках), запасы деталей и доход от производства единицы изделий каждого типа даны в таблице. Составить план выпуска продукции, обеспечивающий наибольший доход.

Тип детали	Расход деталей на единицу изделий		Запасы деталей
	А	В	
M_1	–	2	90 300 420 180
M_2	3	5	
M_3	6	4	
M_4	3	–	
Доход на единицу продукции	20 руб.	15 руб.	

2.10 Известно, что откорм животных экономически выгоден при условии, что каждое животное получает в дневном рационе не менее 6 единиц питательного вещества А, не менее 12 единиц вещества В, не менее 4 единиц вещества С. Для откорма животных используется два вида кормов. В таблице показано, сколько единиц каждого питательного вещества содержится в 1 кг каждого вида корма, а

так же цена 1 кг корма. Какое количество каждого вида корма необходимо расходовать, чтобы общие затраты были минимальные?

Питательные вещества	Корм	
	I	II
A	2	1
B	2	4
C	0	4
Цена корма	5 руб.	6 руб.

2.11 Имеется два продукта питания A и B, каждый из которых содержит белки, жиры и углеводы. В таблице указаны количественный состав этих продуктов в некоторых единицах, их цена максимальная норма потребления этих продуктов, а также минимальная потребность в питательных веществах. Требуется рассчитать количество обоих продуктов так, чтобы удовлетворить потребности организма в указанных веществах при минимальных денежных затратах.

Состав	Минимальная потребность	Продукт	
		A	B
Белки	39	2	1
Жиры	25	2	4
Углеводы	60	0	4
Цена продукта		4 руб.	6 руб.
Максимальная норма потребления продукта (не более указанного)		25 ед.	30 ед.

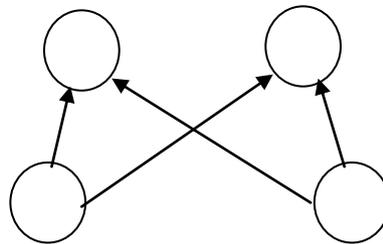
2.12 На деревообрабатывающем предприятии изготавливают тумбочки и книжные шкафы. Для этого требуется три вида сырья: древесина, фанера и стекло. Запасы сырья, количество единиц сырья, затрачиваемых на изготовление единицы продукции, а также величина прибыли от реализации продукции, приведены в таблице. Составить такой план выпуска продукции, чтобы при ее реализации получить максимум прибыли.

Виды сырья	Нормы расхода сырья на изготовление единицы продукции:		Запасы сырья
	тумбочка	Книжный шкаф	
Древесина, м ³	0,3	0,4	40
Фанера, м ²	0,2	0,1	20
Стекло, м ²	–	0,1	5
Прибыль	5 руб.	10 руб.	

2.13 Цех выпускает трансформаторы двух видов. На один трансформатор первого вида расходуется 5 кг железа и 4 кг проволоки, а на трансформатор второго вида – 3 кг железа и 1,6 кг проволоки. Для изготовления этих трансформаторов имеется 350 кг железа и 240 кг проволоки. По плану в цехе

должно быть изготовлено не менее 20 штук трансформаторов первого вида и не менее 30 штук трансформаторов второго вида. Сколько штук трансформаторов каждого вида должен производить цех, чтобы получить наибольшую прибыль, если от реализации трансформаторов первого вида цех получает чистого дохода 5 рублей, а от трансформаторов второго вида – 2 рубля?

2.14 В пунктах А и В расположены кирпичные заводы, в пунктах Д и С – карьеры, снабжающие их песком. Потребность заводов в песке не больше производительности карьеров. Известно, сколько песка нужно каждому из заводов и сколько его добывают в каждом карьере. Известна также стоимость перевозки 1 тонны песка из каждого карьера к заводам (все эти данные указаны на рисунке). Как спланировать снабжение заводов песком, чтобы затраты были наименьшими?



2.15 В швейном цехе имеет 84 метра ткани. На пошив одного халата требуется 4 метра ткани, а на одну куртку – 3 метра. Сколько следует изготовить халатов и курток для получения наибольшей прибыли от реализации продукции, если халат дает прибыль 16 рублей, а куртка – 13 рублей. Известно, что халатов можно изготовить не более 15, а курток – не более 18 штук.

2.16 Для производства изделий А и В предприятие использует четыре вида деталей: M_1 , M_2 , M_3 , M_4 . Расход деталей каждого типа (в штуках), запасы деталей и доход от производства единицы изделий каждого типа даны в таблице. Составить план выпуска продукции, обеспечивающий наибольший доход.

Тип детали	Расход деталей на единицу изделий		Запасы деталей
	А	В	
M_1	–	2	90 300 420 180
M_2	3	5	
M_3	6	4	
M_4	3	–	
Доход на единицу продукции	20 руб.	15 руб.	

2.17. Известно, что откорм животных экономически выгоден при условии, что каждое животное получает в дневном рационе не менее 6 единиц питательного вещества А, не менее 12 единиц вещества В, не менее 4 единиц вещества С. Для откорма животных используется два вида кормов. В таблице показано, сколько единиц каждого питательного вещества содержится в 1 кг каждого вида корма, а

так же цена 1 кг корма. Какое количество каждого вида корма необходимо расходовать, чтобы общие затраты были минимальные?

Питательные вещества	Корм	
	I	II
A	2	1
B	2	4
C	0	4
Цена корма	5 руб.	6 руб.

2.18 Имеется два продукта питания A и B, каждый из которых содержит белки, жиры и углеводы. В таблице указаны количественный состав этих продуктов в некоторых единицах, их цена максимальная норма потребления этих продуктов, а также минимальная потребность в питательных веществах. Требуется рассчитать количество обоих продуктов так, чтобы удовлетворить потребности организма в указанных веществах при минимальных денежных затратах.

Состав	Минимальная потребность	Продукт	
		A	B
Белки	39	2	1
Жиры	25	2	4
Углеводы	60	0	4
Цена продукта		4 руб.	6 руб.
Максимальная норма потребления продукта (не более указанного)		25 ед.	30 ед.

2.19 На деревообрабатывающем предприятии изготавливают тумбочки и книжные шкафы. Для этого требуется три вида сырья: древесина, фанера и стекло. Запасы сырья, количество единиц сырья, затрачиваемых на изготовление единицы продукции, а также величина прибыли от реализации продукции, приведены в таблице. Составить такой план выпуска продукции, чтобы при ее реализации получить максимум прибыли.

Виды сырья	Нормы расхода сырья на изготовление единицы продукции:		Запасы сырья
	тумбочка	Книжный шкаф	
Древесина, м ³	0,3	0,4	40
Фанера, м ²	0,2	0,1	20
Стекло, м ²	–	0,1	5
Прибыль	5 руб.	10 руб.	

2.20 Цех выпускает трансформаторы двух видов. На один трансформатор первого вида расходуется 5 кг железа и 4 кг проволоки, а на трансформатор второго вида – 3 кг железа и 1,6 кг проволоки. Для изготовления этих трансформаторов имеется 350 кг железа и 240 кг проволоки. По плану в цехе должно быть изготовлено не менее 20 штук трансформаторов первого вида и не менее 30 штук трансформаторов второго вида. Сколько штук трансформаторов

каждого вида должен производить цех, чтобы получить наибольшую прибыль, если от реализации трансформаторов первого вида цех получает чистого дохода 5 рублей, а от трансформаторов второго вида – 2 рубля?

Задача 3.

Экспериментальным путем получены значения искомой функции $y = f(x)$ при некоторых значениях аргумента, которые записаны в таблице. Методом наименьших квадратов найти функцию $y = f(x)$ в виде $y = ax + b$.

3.1

x	1	2	3	4	5
y	4,3	5,3	3,8	1,8	2,3

3.2

x	1	2	3	4	5
y	4,5	5,5	4,0	2,0	2,5

3.3

x	1	2	3	4	5
y	4,7	5,7	4,2	2,2	2,7

3.4

x	1	2	3	4	5
y	4,9	5,9	4,4	2,4	2,9

3.5

x	1	2	3	4	5
y	5,1	6,1	4,6	2,6	3,1

3.6

x	1	2	3	4	5
y	3,9	4,9	3,4	1,4	1,9

3.7

x	1	2	3	4	5
y	5,2	6,2	4,7	2,7	3,2

3.8

x	1	2	3	4	5
y	5,5	6,5	5,0	3,0	3,5

3.9

x	1	2	3	4	5
---	---	---	---	---	---

y	5,7	6,7	5,2	3,2	3,7
---	-----	-----	-----	-----	-----

3.10

x	1	2	3	4	5
y	5,9	6,9	5,4	3,4	3,9

3.11

x	-2	-1	0	1	2
y	4.75	2.8	0.8	-1.15	-3.15

3.12

x	1	2	3	4	5
y	1	3	7	12	19

3.13

x	2	4	5	6	8
y	-1	5	8.5	12	18

3.14

x	1	2	3	4	5
y	1	1.5	3	5	6

3.15

x	0.2	0.5	0.7	0.9	1.3
y	3.7	3.8	3.9	4.0	4.1

3.16

x	1	2	3	4	5
y	1	6	13	24	37

3.17

x	1	2	3	4	5
y	2	4.9	7.9	11.1	14.1

3.18

x	1	2	3	4	5
y	2	8	24	43	68

3.19

x	-2	0	1	2	4
y	0.5	1	1.5	2	3

3.20

x	1	2	3	4	5
y	0	-1	-6	-11	-13

Задача 4.

Задача на экономические приложения производных функций нескольких переменных.

4.1 Затраты фирмы по выпуску x изделий первого вида составляют $4x + x^2$ ден. ед., а по выпуску y изделий второго вида $8y + y^2$ ден. ед.

1. Составьте функцию $f(x, y)$ общих затрат на производство всех изделий и вычислите затраты фирмы по выпуску двух изделий первого вида и одного изделия второго вида.

2. Определите вид линий уровня и постройте одну из них при $C = 5$.

3. Вычислите эластичности затрат по каждому виду изделий, если $x = 2$, $y = 1$, и дайте им экономическое истолкование.

4.2 Производственная деятельность фирмы описывается функцией Кобба-Дугласа $Q = K^{1/2}L^{1/2}$, где Q - величина выпуска продукции, K - число единиц оборудования (капитал) и L - численность работающих (труд).

1. Составьте функцию издержек фирмы, если стоимость ед. фактора K равна 4 ден. ед., а стоимость ед. фактора L равна 1 ден. ед.

2. Решите задачу определения максимального выпуска продукции, который может обеспечить фирма, полностью истратив все средства $C = 100$ ден. ед.

4.3 Предприятие работает по первой технологии x часов и по второй y часов, выпуская за час работы по каждой технологии продукцию стоимостью 3 ден. ед. и 4 ден. ед. Производственные расходы за 1 час работы составляют 1 ден. ед. и 2 ден. ед.

1. Составьте функции дохода, общих расходов, прибыли и вычислите прибыль фирмы за время работы по первой технологии 2 часа, а по второй 1 час.

2. Определите вид линий уровня функции прибыли и постройте их.

Вычислите эластичности функции прибыли по каждой технологии за время работы по первой технологии 2 часа, а по второй 1 час и дайте им экономическое истолкование.

4.4 Производственная деятельность фирмы описывается функцией Кобба-Дугласа $Q = 2K^{1/2}L^{1/2}$, где Q - величина выпуска продукции, K - число единиц оборудования (капитал) и L - численность работающих (труд).

1. Составьте функцию издержек фирмы, если стоимость единицы K равна 1 ден. ед., а стоимость единицы L равна 2 ден. ед.

2. Определите наименьшие издержки при выпуске количества продукции $Q = 40$.

4.5 Производственная деятельность фирмы описывается функцией Кобба-Дугласа $Q = K^{1/2}L^{1/2}$, где Q - величина выпуска продукции, K - число единиц оборудования (капитал) и L - численность работающих (труд).

1. Составьте функцию издержек фирмы, если стоимость единицы K равна 2 ден. ед., а стоимость единицы L равна 4 ден. ед.
2. Найдите максимальный выпуск продукции, который может обеспечить фирма, полностью истратив все имеющиеся средства 60 ден. ед.

4.6 Дана производственная функция фирмы $f(x, y) = 2x + 3y$, где x, y - объемы используемых ресурсов. Известны рыночные цены продукции и ресурсов: $p_0 = 3, p_1 = 1, p_2 = 2$.

1. Составьте функции дохода $R(x, y)$, издержек $C(x, y)$ и прибыли $PR(x, y)$ и вычислите прибыль фирмы при использовании 2 ед. первого ресурса и 3 ед. второго ресурса.
2. Определите вид линий уровня функции прибыли и постройте ее при $x = 2, y = 3$. Дайте экономическое истолкование
3. Вычислите эластичности прибыли по каждому виду ресурсов при $x = 2, y = 3$ и дайте им экономическое истолкование.

4.7 Производственная деятельность фирмы описывается функцией Кобба-Дугласа $Q = 2K^{1/2}L^{1/2}$, где Q - величина выпуска продукции, K - число единиц оборудования (капитал) и L - численность работающих (труд).

1. Составьте функцию издержек фирмы, если стоимость единицы K равна 4 ден. ед., а стоимость единицы L равна 4 ден. ед.
3. Определите наименьшие издержки при выпуске 30 единиц продукции.

4.8 Дана производственная функция фирмы $f(x, y) = x^2 + x + 2y$, где x, y - объемы используемых ресурсов. Известны рыночные цены продукции и ресурсов: $p_0 = 2, p_1 = 2, p_2 = 1$.

1. Составьте функции дохода $R(x, y)$, издержек $C(x, y)$ и прибыли $PR(x, y)$ и вычислите прибыль при использовании 3 ед. первого ресурса и 2 ед. второго ресурса.
2. Определите вид линий уровня функции прибыли и постройте ее при $x = 1, y = 2$.
3. Вычислите эластичности прибыли по каждому виду ресурсов при $x = 1, y = 2$ и дайте им экономическое истолкование.

4.9 Производственная деятельность фирмы описывается функцией Кобба-Дугласа $Q = K^{1/2}L^{1/2}$, где Q - величина выпуска продукции, K - число единиц оборудования (капитал) и L - численность работающих (труд).

1. Составьте функцию издержек фирмы, если стоимость единицы K равна 1 ден. ед., а стоимость единицы L равна 4 ден. ед.
2. Определите максимальный выпуск продукции, который может обеспечить фирма, полностью истратив все имеющиеся средства $C = 200$ ден. ед.

4.10 Пусть $Q = 2K^{1/2}L^{1/2}$ - производственная функция фирмы, связывающая ресурсы (капитал K , труд L) и выпуск продукции Q .

1. Сколько единиц продукции выпускает фирма при технологическом способе производства $K = 10$, $L = 40$?
2. Постройте изокванту для выпуска продукции объемом $Q(10, 40)$.
3. Найдите эластичности производственной функции при $K=5$, $L=10$ и дайте им экономическое истолкование.

4.11 Производственная деятельность фирмы описывается функцией Кобба-Дугласа $Q = K^{1/2}L^{1/2}$, где Q - величина выпуска продукции, K - число единиц оборудования (капитал) и L - численность работающих (труд).

1. Составьте функцию издержек фирмы, если стоимость единицы фактора K равна 3 ден. ед., а стоимость единицы фактора L равна 3 ден. ед.
2. Найдите максимальный выпуск продукции, который может обеспечить фирма, полностью истратив все имеющиеся средства 50 ден. ед.

4.12 Затраты на единицу продукции P_1 и P_2 составляют 2 и 1 ден. ед.

1. Составьте функцию издержек $C = f(x_1, x_2)$, где x_1 , x_2 - объемы продукции P_1 и P_2 .
2. Постройте изокосту, проходящую через точку (2; 3).
3. Найдите эластичности издержек по каждому виду продукции при $x_1 = 2$, $x_2 = 3$, дайте результатам экономическое истолкование.

4.13. Производственная деятельность фирмы описывается функцией Кобба-Дугласа $Q = 2K^{1/2}L^{1/2}$, где Q - величина выпуска продукции, K - число единиц оборудования (капитал) и L - численность работающих (труд).

1. Составьте функцию издержек фирмы, если стоимость ед. фактора K равна $p_1 = 1$ ден. ед., а стоимость ед. фактора L равна $p_2 = 2$ ден. ед.
2. Определите наименьшие издержки при выпуске количества продукции $Q = 50$.

4.14. Общие издержки производства заданы функцией $C = 0,5x^2 + 0,6xy + 0,4y^2 + 700x + 600y + 2000$, где x и y - количество товаров A и B . Общее количество произведенной продукции должно быть равно 500 ед.

1. Сколько единиц товара A и B нужно производить, чтобы издержки на их изготовление были наименьшими?

2. Постройте линию уровня функции, соответствующую наименьшим затратам.

4.15. Производственная деятельность фирмы описывается функцией Кобба-Дугласа $Q = 2K^{1/2}L^{1/2}$, где Q - величина выпуска продукции, K - число единиц оборудования (капитал) и L - численность работающих (труд).

1. Составьте функцию издержек фирмы, если стоимость единицы K равна 1 ден. ед., а единицы фактора L равна 2 ден. ед.

2. Определите наименьшие издержки при выпуске количества продукции $Q = 60$.

4.16 Определить минимальную себестоимость продукции, если производственная функция себестоимости от факторов производства x_1 и x_2 определяется моделью $Y = 2x_1^2 + x_2^2 - 20x_1 - 14x_2 + 99$, а ограничение на факторы x_1 и x_2 имеет вид $x_1 + 2x_2 - 12 = 0$.

4.17 Производственная деятельность фирмы описывается функцией Кобба-Дугласа $Q = K^{1/2}L^{1/2}$, где Q - величина выпуска продукции, K - число единиц оборудования (капитал) и L - численность работающих (труд).

1. Составьте функцию издержек фирмы, если стоимость ед. фактора K равна 4 ден. ед., а стоимость ед. фактора L равна 2 ден. ед.

2. Решите задачу определения максимального выпуска продукции, который может обеспечить фирма, полностью истратив все средства $C = 200$ ден. ед.

4.18 Фирма выпускает продукцию двух видов, при этом затраты составляют $x^2 + 2x$ ден. ед. на изготовление x ед. продукции Π_1 и $y^2 + 4y$ ден. ед. на изготовление y ед. продукции Π_2 . Рыночная цена единицы продукции равна соответственно 35 и 40 ден. ед.

1. Составьте функции дохода, издержек и прибыли.

2. Вычислите прибыль и эластичности прибыли по каждому виду продукции при изготовлении 1 единицы Π_1 и 2 единиц Π_2 , дайте им экономическое истолкование.

3. Постройте соответствующую линию уровня функции издержек и дайте ей экономическое истолкование.

4.19 Производственная деятельность фирмы описывается функцией Кобба-Дугласа $Q = 2K^{1/2}L^{1/2}$, где Q - величина выпуска продукции, K - число единиц оборудования (капитал) и L - численность работающих (труд).

1. Составьте функцию издержек фирмы, если стоимость единицы K равна 2 ден. ед., а единицы фактора L равна 1 ден. ед.

2. Определите наименьшие издержки при выпуске количества продукции $Q = 60$.

4.20 Производственная деятельность фирмы описывается функцией Кобба-Дугласа $Q = K^{1/2}L^{1/2}$, где Q - величина выпуска продукции, K - число единиц оборудования (капитал) и L - численность работающих (труд).

1. Составьте функцию издержек фирмы, если стоимость ед. фактора K равна $p_1 = 2$ ден. ед., а стоимость ед. фактора L равна $p_2 = 4$ ден. ед.

2. Найдите максимальный выпуск продукции, который может обеспечить фирма, полностью истратив все имеющиеся средства 60 ден. ед.

Задача 5.

Сделать чертеж и с помощью определенного интеграла вычислить Площадь фигуры, ограниченной линиями:

5.1. $y = x^3$ и $y = 4x$.

5.2. $y = (x+1)^2$, $y = 1 - x^2$, $y = 0$.

5.3. $yx = 4$ и $x + y = 5$.

5.4. $y = 1 - x^2$, $y = x^2 + 2$, $x = 0$, $x = 1$.

5.5. $y^2 = x$ и $y = \frac{x}{2}$.

5.6. $y = 2x^2$ и $y = x^3$.

5.7. $y^2 = 4x$ и $x = 2$ и осью Ox

5.8 $y = 1$, $y = 3$, $xy = 2$, $x = 0$

5.9 $y = \sin x$, $y = \cos x$, $x = 0$

5.10 $x \cdot y = 4$, $x + y - 5 = 0$

5.11 $y = -x^2$, $x + y + 2 = 0$

5.12 $y = -x^2 - 2x + 3$, $x = 0$, $x = 2$, $y = 0$

5.13 $y = x^2$, $y = 2x$

5.14 $y = (x+1)^2$, $y = 0$, $y = 5 - x$

5.15 $y = -x^2 + 4x - 3$, $y = 6 - 2x$,

5.16 $y = x^3$ и $y = 4x$.

5.17. $y = (x+1)^2$, $y = 1 - x^2$, $y = 0$.

5.18. $yx = 4$ и $x + y = 5$.

5.19. $y = 1 - x^2$, $y = x^2 + 2$, $x = 0$, $x = 1$.

5.20. $y^2 = x$ и $y = \frac{x}{2}$.

Критерии оценки:

Контрольная работа оценивается:

- «зачтено»: верно выполнены все задания контрольной работы, допускаются не грубые арифметические ошибки и (или) неточности (не полнота) экономической интерпретации результатов; уровень освоения компетенций высокий.

- «не зачтено»: выполнены не все задания контрольной работы и (или) допущены грубые ошибки в решении. Не освоен уровень компетенции.

Методические указания по выполнению курсовых работ

Не предусмотрены учебным планом.

Методические указания по подготовке к экзамену

Наиболее ответственным этапом в обучении студентов является экзаменационная сессия. На ней студенты отчитываются о выполнении учебной программы, об уровне и объеме полученных знаний. Это государственная отчетность студентов за период обучения, за изучение учебной дисциплины, за весь вузовский курс. Поэтому так велика их ответственность за успешную сдачу экзаменационной сессии. На сессии студенты сдают экзамены или зачеты. Зачеты могут проводиться с дифференцированной отметкой или без нее, с записью «зачтено» в зачетной книжке. Экзамен как высшая форма контроля знаний студентов оценивается по пятибалльной системе.

Залогом успешной сдачи всех экзаменов являются систематические, добросовестные занятия студента. Однако это не исключает необходимости специальной работы перед сессией и в период сдачи экзаменов. Специфической задачей студента в период экзаменационной сессии являются повторение, обобщение и систематизация всего материала, который изучен в течение года.

Начинать повторение рекомендуется за месяц-полтора до начала сессии. Прежде чем приступить к нему, необходимо установить, какие учебные дисциплины выносятся на сессию и, если возможно, календарные сроки каждого экзамена или зачета.

Установив выносимые на сессию дисциплины, необходимо обеспечить себя программами. В основу повторения должна быть положена только программа. Не следует повторять ни по билетам, ни по контрольным вопросам. Повторение по билетам нарушает систему знаний и ведет к механическому заучиванию, к "натаскиванию". Повторение по различного рода контрольным вопросам приводит к пропускам и пробелам в знаниях и к недоработке иногда весьма важных разделов программы.

Повторение - процесс индивидуальный; каждый студент повторяет то, что для него трудно, неясно, забыто. Поэтому, прежде чем приступить к повторению, рекомендуется сначала внимательно посмотреть программу курса, установить наиболее трудные, наименее усвоенные разделы и выписать их на отдельном листе.

В процессе повторения анализируются и систематизируются все знания, накопленные при изучении программного материала: данные учебника, записи лекций, конспекты прочитанных книг, заметки, сделанные во время консультаций или семинаров, и др. Ни в коем случае нельзя ограничиваться только одним конспектом, а тем более, чужими записями. Всякого рода записи и конспекты - вещи сугубо индивидуальные, понятные только автору. Готовясь по чужим записям, легко можно впасть в очень грубые заблуждения.

Самоповторение рекомендуется вести по темам программы и по главам учебника. Закончив работу над темой (главой), необходимо ответить на вопросы учебника или выполнить задания, а самое лучшее - воспроизвести весь материал.

Консультации, которые проводятся для студентов в период экзаменационной сессии, необходимо использовать для углубления знаний, для восполнения пробелов и для разрешения всех возникших трудностей. Без тщательного самостоятельного продумывания материала беседа с консультантом неизбежно будет носить «общий», поверхностный характер и не принесет нужного результата.

Есть целый ряд принципов («секретов»), которыми следует руководствоваться при подготовке к экзаменам.

Первый - подготовьте свое рабочее место, где все должно способствовать успеху: тишина, расположение учебных пособий, строгий порядок.

Второй - сядьте удобнее за стол, положите перед собой чистые листы бумаги, справа - тетради и учебники. Вспомните все, что знаете по данной теме, и запишите это в виде плана или тезисов на чистых листах бумаги слева. Потом проверьте правильность, полноту и последовательность знаний по тетрадям и учебникам. Выпишите то, что не сумели вспомнить, на правой стороне листов и там же запишите вопросы, которые следует задать преподавателю на консультации. Не оставляйте ни одного неясного места в своих знаниях.

Третий - работайте по своему плану. Вдвоем рекомендуется готовиться только для взаимопроверки или консультации, когда в этом возникает необходимость.

Четвертый - подготавливая ответ по любой теме, выделите основные мысли в виде тезисов и подберите к ним в качестве доказательства главные

факты и цифры. Ваш ответ должен быть кратким, содержательным, концентрированным.

Пятый - помимо повторения теории не забудьте подготовить практическую часть, чтобы свободно и умело показать навыки работы с текстами, картами, различными пособиями, решения задач и т.д.

Шестой - установите четкий ритм работы и режим дня. Разумно чередуйте труд и отдых, питание, нормальный сон и пребывание на свежем воздухе.

Седьмой - толково используйте консультации преподавателя. Приходите на них, продуктивно поработав дома и с заготовленными конкретными вопросами, а не просто послушать, о чем будут спрашивать другие.

Восьмой - бойтесь шпаргалки - она вам не прибавит знаний.

Девятый - не допускайте как излишней самоуверенности, так и недооценки своих способностей и знаний. В основе уверенности лежат твердые знания. Иначе может получиться так, что вам достанется тот единственный вопрос, который вы не повторили.

Десятый - не забывайте связывать свои знания по любому предмету с современностью, с жизнью, с производством, с практикой.

Одиннадцатый - когда на экзамене вы получите свой билет, спокойно сядьте за стол, обдумайте вопрос, набросайте план ответа, подойдите к приборам, картам, подумайте, как теоретически объяснить проделанный опыт. Не волнуйтесь, если что-то забыли.

При подготовке к занятиям необходимо еще раз проверить себя на предмет усвоения основных категорий и ключевых понятий курса.

10. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ, ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ ПРИ ОСУЩЕСТВЛЕНИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ , ВКЛЮЧАЯ ПЕРЕЧЕНЬ ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ И ИНФОРМАЦИОННЫХ СПРАВОЧНЫХ СИСТЕМ

1. Windows XP Pro
2. Windows 7 Pro
3. Windows 7 Home
4. MS Office 2007 Pro
5. Geo Gebra
6. Kerio WinRoute
7. CorelDraw Graphics Suite X5 Education License ML
8. КонсультантПлюс

11. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ БАЗА, НЕОБХОДИМАЯ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Лекционные и практические занятия проводятся в аудиториях, оснащенных презентационным оборудованием (компьютер, имеющий выход в Интернет, мультимедийный проектор, экран, акустические системы), учебно-наглядные пособия, обеспечивающие тематические иллюстрации, доской, рабочими учебными столами и стульями.

При необходимости занятия проводятся в компьютерных классах, оснащенных доской, экраном, рабочими учебными столами и стульями, персональными компьютерами, объединенными в локальные сети с выходом в Интернет, с установленным лицензионным программным обеспечением, с подключенным к ним периферийным устройством и оборудованием (мультимедийный проектор, акустическая система и пр.).

12. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

В процессе освоения дисциплины используются следующие образовательные технологии:

1. Стандартные методы обучения:

- лекции;
- практические занятия, на которых обсуждаются основные проблемы, освещенные в лекциях и сформулированные в домашних заданиях;
- письменные или устные домашние задания;
- расчетно-аналитические, расчетно-графические задания;
- консультации преподавателей;
- самостоятельная работа студентов, в которую входит освоение теоретического материала, подготовка к практическим/лабораторным занятиям, выполнение указанных выше письменных/устных заданий, работа с литературой.

2. Методы обучения с применением инновационных форм:

- лекция - визуализация;
- Научно-исследовательская работа студентов, встроенная в учебный процесс;
- компьютерные симуляции;
- анализ деловых ситуаций на основе кейс-метода;
- деловые и ролевые игры;
- круглые столы;
- метод проблемного изложения;
- групповые дискуссии и проекты;
- психологические и иные тренинги;
- обсуждение результатов работы студенческих исследовательских групп
- и другие

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ
ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ
ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

6.1 Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Этапами формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы являются семестры.

№ п/п	Код формируемой компетенции и ее содержание	Этапы (семестры) формирования компетенции в процессе освоения ОПОП	
		Очная форма обучения	Заочная форма обучения
1	ОПК-3 – способностью выбирать инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, проанализировать результаты расчетов и обосновать полученные выводы	1, 2	1,2

6.2 Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Оценивание компетентности студента осуществляется по уровням: «минимальный уровень», «базовый уровень», «высокий уровень».

Описание показателей и критериев оценивания компетенций

Показатели оценивания	Критерии оценивания компетенций	Шкала оценивания
Понимание смысла компетенции	Имеет базовые общие знания в рамках диапазона выделенных задач Понимает факты, принципы, процессы, общие понятия в пределах области исследования. В большинстве случаев способен выявить достоверные источники информации, обработать, анализировать информацию. Имеет фактические и теоретические знания в пределах области исследования с пониманием границ применимости	Минимальный уровень Базовый уровень Высокий уровень

Показатели оценивания	Критерии оценивания компетенций	Шкала оценивания
Освоение компетенции в рамках изучения дисциплины	<p>Наличие основных умений, требуемых для выполнения простых задач. Способен применять только типичные, наиболее часто встречающиеся приемы по конкретной сформулированной (выделенной) задаче</p> <p>Имеет диапазон практических умений, требуемых для решения определенных проблем в области исследования. В большинстве случаев способен выявить достоверные источники информации, обработать, анализировать информацию.</p> <p>Имеет широкий диапазон практических умений, требуемых для развития творческих решений, абстрагирования проблем. Способен выявлять проблемы и умеет находить способы решения, применяя современные методы и технологии.</p>	<p>Минимальный уровень</p> <p>Базовый уровень</p> <p>Высокий уровень</p>
Способность применять на практике знания, полученные в ходе изучения дисциплины	<p>Способен работать при прямом наблюдении. Способен применять теоретические знания к решению конкретных задач.</p> <p>Может взять на себя ответственность за завершение задач в исследовании, приспосабливает свое поведение к обстоятельствам в решении проблем. Затрудняется в решении сложных, неординарных проблем, не выделяет типичных ошибок и возможных сложностей при решении той или иной проблемы</p> <p>Способен контролировать работу, проводить оценку, совершенствовать действия работы. Умеет выбрать эффективный прием решения задач по возникающим проблемам.</p>	<p>Минимальный уровень</p> <p>Базовый уровень</p> <p>Высокий уровень</p>

Шкала оценки для проведения промежуточной аттестации по дисциплине

№ п/п	Оценка за ответ	Характеристика ответа
1	Отлично	<ul style="list-style-type: none"> – полно раскрыто содержание материала; – материал изложен грамотно, в определенной логической последовательности; – продемонстрировано системное и глубокое знание программного материала; – точно используется терминология; – показано умение иллюстрировать теоретические положения конкретными примерами, применять их в новой ситуации; – продемонстрировано усвоение ранее изученных сопутствующих вопросов, сформированность и устойчивость компетенций, умений и навыков; – ответ прозвучал самостоятельно, без наводящих вопросов; – продемонстрирована способность творчески применять знание теории к решению профессиональных задач; – продемонстрировано знание современной учебной и научной литературы;

№ п/п	Оценка за ответ	Характеристика ответа
1	Отлично	<ul style="list-style-type: none"> – допущены одна – две неточности при освещении второстепенных вопросов, которые исправляются по замечанию. – освоение компетенций соответствует высокому уровню
2	Хорошо	<ul style="list-style-type: none"> – вопросы излагаются систематизировано и последовательно; – продемонстрировано умение анализировать материал, однако не все выводы носят аргументированный и доказательный характер; – продемонстрировано усвоение основной литературы. – ответ удовлетворяет в основном требованиям на оценку «5», но при этом имеет один из недостатков: в изложении допущены небольшие пробелы, не исказившие содержание ответа; допущены один – два недочета при освещении основного содержания ответа, исправленные по замечанию преподавателя; допущены ошибка или более двух недочетов при освещении второстепенных вопросов, которые легко исправляются по замечанию преподавателя. – освоение компетенций соответствует базовому уровню
3	Удовлетворительно	<ul style="list-style-type: none"> – неполно или непоследовательно раскрыто содержание материала, но показано общее понимание вопроса и продемонстрированы умения, достаточные для дальнейшего усвоения материала; – усвоены основные категории по рассматриваемому и дополнительным вопросам; – имелись затруднения или допущены ошибки в определении понятий, использовании терминологии, исправленные после нескольких наводящих вопросов; – при неполном знании теоретического материала выявлена недостаточная сформированность компетенций, умений и навыков, студент не может применить теорию в новой ситуации; – продемонстрировано усвоение основной литературы. – освоение компетенций соответствует минимальному уровню
4	Неудовлетворительно	<ul style="list-style-type: none"> – не раскрыто основное содержание учебного материала; – обнаружено незнание или непонимание большей или наиболее важной части учебного материала; – допущены ошибки в определении понятий, при использовании терминологии, которые не исправлены после нескольких наводящих вопросов – не сформированы компетенции, умения и навыки. – отказ от ответа или отсутствие ответа – не освоены компетенции

Шкала оценки письменных ответов по дисциплине

№ п/п	Оценка за ответ	Характеристика ответа
1	Отлично	Материал раскрыт полностью, изложен логично, без существенных ошибок, выводы доказательны и опираются на теоретические знания Освоение компетенций соответствует высокому уровню
2	Хорошо	Основные положения раскрыты, но в изложении имеются незначительные ошибки выводы доказательны, но содержат отдельные неточности Освоение компетенций соответствует базовому уровню
3	Удовлетворительно	Изложение материала не систематизированное, выводы недостаточно доказательны, аргументация слабая. Освоение компетенций соответствует минимальному уровню
4	Неудовлетворительно	Не раскрыто основное содержание материала, обнаружено не знание основных положений темы. Не сформированы компетенции, умения и навыки. Ответ на вопрос отсутствует Не освоены компетенции

Шкала оценки в системе «зачтено – не зачтено»

№ п/п	Оценка за ответ	Характеристика ответа
	Зачтено	Достаточный объем знаний в рамках изучения дисциплины В ответе используется научная терминология. Стилистическое и логическое изложение ответа на вопрос правильное Умеет делать выводы без существенных ошибок Владеет инструментарием изучаемой дисциплины, умеет его использовать в решении стандартных (типовых) задач. Ориентируется в основных теориях, концепциях и направлениях по изучаемой дисциплине. Активен на практических занятиях, допустимый уровень культуры исполнения заданий. Освоение компетенций соответствует высокому уровню
2	Не зачтено	Не достаточно полный объем знаний в рамках изучения дисциплины В ответе не используется научная терминология. Изложение ответа на вопрос с существенными стилистическими и логическими ошибками. Не умеет делать выводы по результатам изучения дисциплины Слабое владение инструментарием изучаемой дисциплины, не компетентность в решении стандартных (типовых) задач. Не умеет ориентироваться в основных теориях, концепциях и направлениях по изучаемой дисциплине. Пассивность на практических занятиях, низкий уровень культуры исполнения заданий. Не сформированы компетенции, умения и навыки. Отказ от ответа или отсутствие ответа. Не освоены компетенции

6.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Этап формирования компетенций в процессе изучения дисциплины «Математический анализ» характеризуется следующими типовыми контрольными заданиями

1 Типовые контрольные вопросы для подготовки к экзамену при проведении промежуточной аттестации по дисциплине

1 семестр

1. Дайте определение функции одной переменной.
2. Сформулируйте определение предела функции $f(x)$ при стремлении аргумента x к числу a , предела функции при стремлении аргумента x к бесконечности.
3. Сформулируйте основные теоремы о пределах функций.
4. Дайте определение функции, непрерывной в точке. Сформулируйте необходимое и достаточное условие непрерывности функции в точке.
5. Сформулируйте основные теоремы о функциях, непрерывных в точке.
6. Сформулируйте определение производной.
7. Сформулируйте основные правила нахождения производных, запишите их математически.
8. Сформулируйте правило нахождения производной сложной функции. Приведите пример.
9. Дайте определение дифференциала функции $y = f(x)$.
10. Дайте определение точки максимума и точки минимума функции.
11. Что называется максимумом и минимумом функции?
12. Что называется экстремумом функции одной переменной?
13. Сформулируйте определения выпуклости и вогнутости линии, точки перегиба.

2 семестр

1. Дайте определение функции нескольких переменных переменной. Что называется линией уровня.
2. Сформулируйте правило нахождения частных производных?
3. Дайте определение частных производных второго порядка, третьего, n -го порядка функции $f(x, y)$.
4. Запишите формулу для нахождения дифференциала второго порядка функции $f(x, y)$.
5. Сформулируйте необходимые условия экстремума функции: а) двух переменных; б) трех переменных.
6. Сформулируйте достаточное условие экстремума функции двух переменных.
7. Опишите правило нахождения экстремума функции двух переменных.

8. Изложите метод нахождения условного экстремума функции двух переменных методом подстановки.
9. Опишите действия для нахождения наименьшего и наибольшего значения функции $z = f(x, y)$ в замкнутой ограниченной области.
10. Дайте определение первообразной функции.
11. Дайте определение неопределенного интеграла. Как называются функция $f(x)$, произведение $f(x) \cdot dx$, переменная x ?
12. Сформулируйте свойства неопределенного интеграла и запишите их с помощью символов.
13. Напишите таблицу основных неопределенных интегралов.
14. В чем суть метода замены переменной в неопределенном интеграле?
15. Запишите формулу интегрирования по частям в неопределенном интеграле.
16. Опишите правило представления правильной дроби в виде суммы простейших дробей с учетом разложения многочлена в знаменателе на множители.
17. Дайте определение интегральной суммы и определенного интеграла.
18. Изложите методы вычисления определенного интеграла.
19. Сформулируйте определение несобственного интеграла от функции на бесконечном промежутке; от неограниченной функции.
20. Приведите примеры экономических функций нескольких переменных и укажите их свойства.
21. Функции спроса и предложения, равновесная цена p_0 .
22. Функции одной переменной дохода, издержек (затрат) и прибыли, связь между ними.
23. Производственная функция, ее переменные и экономический смысл.
24. Сформулируйте определение изоквант функции и укажите их свойства.
25. Каким свойством обладают точки на линии уровня: 1) функции прибыли; 2) функции издержек; 3) производственной функции?
26. Экономическое содержание производных и частных производных в экономике.
27. Дайте определение эластичности функции. Приведите формулы для вычисления эластичности функции одной переменной $y = f(x)$ и двух переменных $z = f(x, y)$. Укажите экономический смысл эластичности.
28. Какой экономический смысл предельных величин в экономике? как найти предельные издержки производства, предельный спрос, предельное предложение, предельную производительность?
29. Экономическая постановка задачи нахождения наибольшей прибыли при ограничениях на затраты, ее математическая модель.

Критерии оценки изложены в шкале оценки для проведения промежуточной аттестации по дисциплине

2. Типовые практические задачи (задания, тесты) билетов для проведения промежуточной аттестации по дисциплине

Найти область определения функции, исследовать заданную функцию на чётность.

$$1.1 \quad a) f(x) = \sqrt{x^2 + 3x - 4}; \quad b) f(x) = \frac{\sin(3x)}{x^2 + 1};$$

$$1.2 \quad a) f(x) = \arcsin(2x - 3); \quad b) f(x) = \sqrt[3]{x} \cdot \cos(x);$$

Построить графики заданных функций, используя преобразования графиков основных элементарных функций.

$$2.1 \quad a) y = \sin\left(2x + \frac{\pi}{2}\right), \quad b) y = 3/2x + 4/-5, \quad c) y = \frac{3x + 5}{x + 2},$$

$$2.2 \quad a) y = \cos\left(2x + \frac{\pi}{2}\right), \quad b) y = 2/8 + 3x/+3, \quad c) y = \frac{4x - 3}{x - 1}$$

Вычислить пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталя. В пункте е) использовать эквивалентность бесконечно малых.

$$3.1 \quad a) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x-2} + \sqrt{4-x}}{x^2 + x - 12}; \quad b) \lim_{x \rightarrow} \frac{3x^2 - 5x + 2}{2x^3 + 3x - 1};$$

$$c) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 12x + 20}; \quad d) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(8x)}{3x^2}; \quad e) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + 3x^2)}{x^3 - 5x};$$

Найти точки разрыва функции и определить характер разрыва. Сделать чертёж.

$$4.1 \quad a) f(x) = 2^{\frac{1}{x-3}} + 1, \quad x_1 = 4, \quad x_2 = 3; \quad b) f(x) = \begin{cases} x + 4, & x < -1; \\ x^2 + 2, & -1 \leq x < 1; \\ 2x, & x \geq 1; \end{cases}$$

$$4.2 \quad a) f(x) = \frac{6}{x^2 + 2x}, \quad x_1 = 0, \quad x_2 = 1; \quad b) f(x) = \begin{cases} x + 1, & x \leq 0; \\ (x + 1)^2, & 0 < x \leq 2; \\ 4 - x, & x > 2; \end{cases}$$

Задача на применение функций одной переменной в экономике

Общее условие для всех вариантов.

Заданы функции спроса $D = D(p)$ и предложения $S = S(p)$ на товар в зависимости от цены p . Требуется:

9) найти область определения и множество значений функций;

- 10) найти объем предложения и объем спроса товара по цене p_1 ; определить, что будет - избыточное предложение или избыточный спрос; вычислить выручку продавцов $U(p_1)$;
- 11) найти равновесную цену p_0 , равновесный объем продаж q_0 и выручку продавцов $U(p_0)$;
- 12) построить графики функций $D = D(p)$ и $S = S(p)$ в одной системе координат, указать значение p_0 .

№ варианта	Числовые данные
1	$D = 1000 - 10p, \quad S = 100 + 10p, \quad p_1 = 20$
2	$D = 800 - 10p, \quad S = 200 + 10p, \quad p_1 = 20$

Тестовые задания

Вариант 1

1. (5б) Заполните пропущенные места.
Производной функции $y = f(x)$ в точке x называется отношения ...
.....к пристремящемся к ... и обозначается
 $f'(x) = \dots\dots\dots$
2. (10б) Для каждого понятия в левом столбце выберите соответствующую формулу из правого столбца

1. абсолютное приращение функции	а) $\frac{\Delta f(x)}{\Delta x}$
2. приращение функции	б) $\Delta x = x_1 - x_0$
3. предельная скорость изменения функции	в) $\Delta f(x) = f(x + \Delta x) - f(x)$
	г) $ \Delta f(x) = f(x + \Delta x) - f(x) $
	д) $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x}$

3. (5б) Заполните пропущенные места.

Функция $y = f(x)$ называется убывающей на интервале a, b , если для любых $x_1, x_2 \in \dots\dots\dots$, таких что $x_1 > x_2$, выполняется условие $f(x_1) \dots\dots\dots$. Для убывающей на интервале a, b функции производная $f'(x) \dots\dots\dots 0$.

4. (5б) Заполните пропущенные места.
В точке x_0 , для которой $f'(x) \dots\dots\dots 0$, функция имеет максимум, если при переходе через эту точку производная меняет знак с на

5. (5б) Заполните пропущенные места.

Дифференциалом функции $y = f(x)$ называется главная часть
 , относительно и обозначается

6. (5б) Заполните пропущенные места.

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \dots\dots\dots$$

7. (10б) Заполните пропущенные места.

Для нахождения экстремума функции $y = f(x)$ нужно: 1) найти; 2) найти точки x_0 , в которых $f'(x) = 0$ или; 3) определить знак В окрестности точек x_0 ; 4) определить существование экстремума в; 5) вычислить значение в каждой точке экстремума.

8. (5б) Заполните пропущенные места.

Если на интервале a, b из области определения дважды функции $y = f(x)$ вторая производная $f''(x) < 0$, то график функции на интервале a, b является

Ситуационные задачи по разделу «Интегральное исчисление функций одной переменной»

Задача 1

После производства 100 изделий, для которых требовалось 30 часов, оказалось, что в дальнейшем требуемое время убывает в соответствии с формулой $f(x) = 30x^{-0.14}$. Сколько времени потребуется для производства 400 изделий после того, как 00 будет уже продано?

Функция. Функции в экономике.

Общее условие для всех вариантов.

Заданы функции спроса $D = D(p)$ и предложения $S = S(p)$ на товар в зависимости от цены p . Требуется:

- 13) найти область определения и множество значений функций;
- 14) найти объем предложения и объем спроса товара по цене p_1 ; определить, что будет - избыточное предложение или избыточный спрос; вычислить выручку продавцов $U(p_1)$;
- 15) найти равновесную цену p_0 , равновесный объем продаж q_0 и выручку продавцов $U(p_0)$;
- 16) построить графики функций $D = D(p)$ и $S = S(p)$ в одной системе координат, указать значение p_0 .

№ варианта	Числовые данные
---------------	-----------------

1	$D = 1000 - 10p, \quad S = 100 + 10p, \quad p_1 = 20$
2	$D = 800 - 10p, \quad S = 200 + 10p, \quad p_1 = 20$

3 Тематика курсовых работ

Не предусмотрено

6.4 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Не позднее одного месяца до проведения промежуточной аттестации для подготовки к экзамену студентам выдается список вопросов, выносимых на экзамен. Разрабатываемые экзаменационные материалы должны отражать весь объем проверяемых теоретических знаний и практических умений в соответствии с ФГОС и программой дисциплины. Разрабатываемые теоретические вопросы, практические задания и профессиональные задачи должны иметь преимущественно комплексный (интегрированный) характер и быть равноценными по сложности и трудоемкости.

В каждом билете содержится, как правило, по три вопроса: два теоретических и практическое задание. Для ответа на билеты студентам предоставляется возможность подготовки в течение не менее 30 минут. Для ответа на вопросы билета каждому студенту предоставляется время для выступления, после чего экзаменатор задает студенту дополнительные вопросы в рамках тематики вопросов в билете.

В ходе экзамена подлежат оценке:

- знание студентом учебного материала дисциплины;
- умение выделять существенные положения предмета;
- умение формулировать конкретные положения предмета;
- умение применять теоретические знания для анализа конкретных экономических ситуаций и решения прикладных проблем;
- общий (культурный) и специальный (профессиональный) язык ответа.

Оценка знаний студента на экзамене носит комплексный характер, является балльной. Количество баллов определяется знаниями умениями, навыками, продемонстрированными ответом на экзамене, при этом учитываются учебными достижениями в семестровый период.

Результаты аттестации заносятся в экзаменационно-зачетную ведомость и зачетную книжку студента.

Форма экзаменационного билета для проведения промежуточной аттестации по дисциплине «Математический анализ» 1 семестр

Экзаменационный билет

**КРАСНОЯРСКИЙ ФИЛИАЛ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ ПРОФСОЮЗОВ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«АКАДЕМИЯ ТРУДА И СОЦИАЛЬНЫХ ОТНОШЕНИЙ»**

Утверждено зав. кафедрой

« ____ » _____ 20_ г.

Направление подготовки: 38.03.01. Экономика

Дисциплина: Математический анализ

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

1. Сформулируйте определение производной. Каков ее геометрический, механический и экономический смысл?
2. Дайте определение функции, непрерывной в точке. Сформулируйте необходимое и достаточное условие непрерывности функции в точке. Приведите пример элементарной функции, непрерывной в области определения.
3. Зависимость спроса от цены выражается формулой $d(p) = 10 - 2p$. Запишите функцию выручки от цены. При каких значениях цены выручка возрастает? Вычислите эластичность спроса на товар по цене $p = 2$, дайте экономическое истолкование.

2 семестр
КРАСНОЯРСКИЙ ФИЛИАЛ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ ПРОФСОЮЗОВ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«АКАДЕМИЯ ТРУДА И СОЦИАЛЬНЫХ ОТНОШЕНИЙ»

Утверждено зав. кафедрой

«_____» _____ 20_ г.

Направление подготовки: 38.03.01. Экономика
Дисциплина: Математический анализ

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

1. Дайте определение функции двух переменных. Как найти область определения функции двух переменных? приведите пример.
2. Запишите формулу интегрирования по частям в неопределенном интеграле. Когда функцию можно интегрировать по частям? Изложите суть этого метода.
3. После производства 100 изделий, для производства которых требовалось 30 часов, оказалось, что в дальнейшем требуемое время убывает в соответствии с формулой $f(x)=30x^{-0.14}$. Сколько времени потребуется для производства 400 изделий после того, как %00 будет уже продано?

Критерии оценки

оценка «отлично» выставляется студенту, если полно раскрыто содержание материала; материал изложен грамотно, в определенной логической последовательности; продемонстрировано системное и глубокое знание программного материала; точно используется терминология; показано умение иллюстрировать теоретические положения конкретными примерами, применять их в новой ситуации; продемонстрировано усвоение ранее изученных сопутствующих вопросов, сформированность и устойчивость компетенций, умений и навыков; ответ прозвучал самостоятельно, без наводящих вопросов; продемонстрирована способность творчески применять знание теории к решению профессиональных задач; допущены одна – две неточности при освещении второстепенных вопросов, которые исправляются по замечанию и освоение компетенций соответствует высокому уровню.

оценка «хорошо» выставляется студенту, если вопросы излагаются систематизировано и последовательно; продемонстрировано умение анализировать материал, однако не все выводы носят аргументированный и доказательный характер; продемонстрировано усвоение основной литературы., но при этом имеет один из недостатков: в изложении допущены небольшие пробелы, не искажившие содержание ответа; допущены один – два недочета при освещении основного содержания ответа, исправленные по замечанию преподавателя; допущены ошибка или более двух недочетов при освещении второстепенных вопросов, которые легко исправляются по замечанию преподавателя. Освоение компетенций соответствует базовому уровню

оценка «удовлетворительно» выставляется студенту – если неполно или непоследовательно раскрыто содержание материала, но показано общее понимание вопроса и продемонстрированы умения, достаточные для дальнейшего усвоения материала; усвоены основные категории по рассматриваемому и дополнительным вопросам; имелись затруднения или допущены ошибки в определении понятий, использовании терминологии, исправленные после нескольких наводящих вопросов; при неполном знании теоретического материала выявлена недостаточная сформированность компетенций, умений и навыков, студент не может применить теорию в новой ситуации; продемонстрировано усвоение основной литературы. Освоение компетенций соответствует минимальному уровню.

оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту если не раскрыто основное содержание учебного материала; обнаружено незнание или непонимание большей или наиболее важной части учебного материала; допущены ошибки в определении понятий, при использовании терминологии, которые не исправлены после нескольких наводящих вопросов, не сформированы компетенции, умения и навыки, отказ от ответа или отсутствие ответа. Не освоены уровни компетенций.